Ecritures littérales – Factoriser, série 1 développée

28 a. $7{,}31 \times 15 - 7{,}31 \times 2 - 7{,}31 \times 3 = ?$
b. $-0{,}8 \times 5{,}6 + 1{,}7 \times 5{,}6 + 0{,}1 \times 5{,}6 = ?$
c. $9{,}5 \times \frac{9}{11} + 9{,}5 \times \frac{8}{11} + 9{,}5 \times \frac{5}{11} = ?$

Exercice a. Le terme commun est 7,31, qu'on peut donc factoriser.
Exercice b. Le terme commun est 5,6, qu'on peut donc factoriser.
Exercice c. Le terme commun est 9,5, qu'on peut donc factoriser.

a. $7{,}31(15 - 2 - 3) = 7{,}31 \times 10 = 73{,}1$;
b. $5{,}6(-0{,}8 + 1{,}7 + 0{,}1) = 5{,}6 \times 1 = 5{,}6$;
c. $9{,}5\left(\frac{9}{11} + \frac{8}{11} + \frac{5}{11}\right) = 9{,}5 \times 2 = 19$.

30 a. $4x + 36$; b. $11a + 22b$;
c. $x^2 + 7x$; d. $y^2 - 4y$;
e. $5x^2 + 10x$; f. $21z - 7z^2$.

30 a. $4(x+9)$; b. $11(a+2b)$;
c. $x(x+7)$; d. $y(y-4)$;
e. $5x(x+2)$; f. $7z(3-z)$.

32 Voir « Mettre en pratique » à la page 21.
$A = (x+4)(x-2) + 3(x+4)$;
$B = (x+1)(x+3) - 5(x+3)$;
$C = (x+7)^2 + 3(x+7)$;
$D = (x+5)^2 - (x+5)$.

Il est également possible de factoriser, non pas un seul terme, mais une parenthèse.

Exercice A. Le terme commun est $(x+4)$, qu'on peut donc factoriser.

$$A = (x+4)(x-2) + 3(x+4) = (x+4)(x-2+3)$$
$$= (x+4)(x+1)$$

Exercice B. Le terme commun est $(x+3)$, qu'on peut donc factoriser.

$$B = (x+1)(x+3) - 5(x+3) = (x+3)(x+1-5)$$
$$= (x+3)(x-4)$$

Exercice C. Le terme commun est $(x+7)$, qu'on peut donc factoriser.

$$C = (x+7)^2 + 3(x+7) = (x+7)(x+7) + 3(x+7)$$
$$= (x+7)(x+7+3) = (x+7)(x+10)$$

Exercice D. Le terme commun est $(x+5)$, qu'on peut donc factoriser.

$$D = (x+5)^2 - (x+5) = (x+5)(x+5) - 1 \cdot (x+5)$$
$$= (x+5)(x+5-1) = (x+5)(x+4)$$

Rem pour l'exercice D concernant la 2ème parenthèse: ce – $(x+5)$ « existe » 1 fois ! Ainsi, lors de la factorisation, il faut le rappeler avec le « -1 ».

33 Voir « Mettre en pratique » à la page 21.
$E = (x-2)(x+3) + (x-2)(4x-1)$;
$F = (2x+1)(3x+4) - (x+7)(2x+1)$;
$G = (5x-3)(2x-5) - x(5x-3)$.

$E = (x-2)(5x+2)$; $F = (2x+1)(2x-3)$;
$G = (5x-3)(x-5)$.

34 $H = (5x+2)^2 + (5x+2)(x-1)$;
$I = (7x+2)^2 - 3x(7x+2)$;
$J = 5x(x+1) - (x+1)^2$.

$$H = (5x+2)^2 + (5x+2)(x-1)$$
$$= (5x+2)(5x+2+x-1) = (5x+2)(6x+1)$$

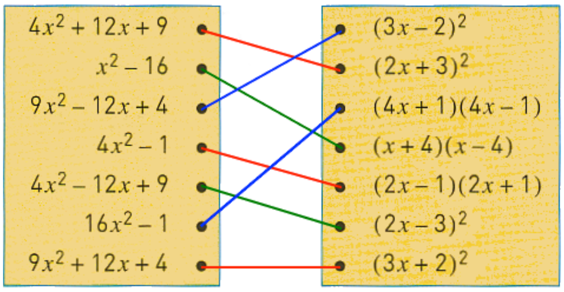
$$I = (7x+2)^2 - 3x(7x+2)$$
$$= (7x+2)(7x+2-3x) = (7x+2)(4x+2)$$
$$= 2(7x+2)(2x+1)$$

Ex. I : remarque concernant $(4x+2)$
il sagit de mettre 2 en évidence. Ainsi, on obtient $2(2x+1)$.

$$J = 5x(x+1) - (x+1)^2 = (x+1)(5x-x-1)$$
$$= (x+1)(4x-1)$$

Ex. J : remarque concernant $-(x+1)$
en hotant la parenthèse précédée du signe –, le terme devient $-x-1$.

36 Recopier et relier chaque développement à son expression factorisée.



37 $A=x^2+4x+4$; $B=x^2-64$; $C=y^2-2y+1$; $D=y^2-81$.

37 *Voir « Mettre en pratique » à la page 21.*
$A=(x+2)^2$; $B=(x+8)(x-8)$; $C=(y-1)^2$; $D=(y+9)(y-9)$.

38 $E=x^2-6x+9$; $F=x^2-1$; $G=z^2+12z+36$; $H=-16+n^2$.

Exercice E :
C'est l'identité remarquable 2 ($6x$ est négatif).
- le 1er terme est x
- le le 2ème terme est 3 ($3^2=9$)
- le terme du milieu est 2 x x x 3

$$E=x^2-6x+9=(x-3)^2$$

Exercice F :
C'est l'identité remarquable 3.
- le 1er terme est x
- le le 2ème terme est 1 ($1^2=1$)

$$F=x^2-1=(x+1)(x-1)$$

Exercice G :
C'est l'identité remarquable 1 ($12z$ est positif).
- le 1er terme est z
- le le 2ème terme est 6 ($6^2=36$)
- le terme du milieu est 2 x z x 6

$$G=z^2+12z+36=(z+6)^2$$

Exercice H :
C'est l'identité remarquable 3, mais inversée.
- le 1er terme est n
- le 2ème terme (terme négatif) est 4 ($4^2=16$)

$$H=-16+n^2=n^2-16=(n+4)(n-4)$$

39 $I=x^2+x+\frac{1}{4}$; $J=x^2-\frac{25}{9}$; $K=\frac{x^2}{4}-x+1$; $L=y^2-\frac{36}{49}$.

39 *Voir « Mettre en pratique » à la page 21.*
$I=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$; $J=\left(x+\frac{5}{3}\right)\left(x-\frac{5}{3}\right)$; $K=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2$; $L=\left(y+\frac{6}{7}\right)\left(y-\frac{6}{7}\right)$.

40 $M=4x^2+20x+25$; $N=4x^2-25$; $P=9x^2-24x+16$; $Q=-49+36n^2$.

Exercice M :
C'est l'identité remarquable 1 ($20x$ est positif).
- le 1er terme est $2x$
- le le 2ème terme est 5 ($5^2=25$)
- le terme du milieu est 2 x $2x$ x 5

$$M=4x^2+20x+25=(2x+5)^2$$

Exercice N :
C'est l'identité remarquable 3.
- le 1er terme est $2x$
- le le 2ème terme est 5 ($5^2=25$)

$$N=4x^2-25=(2x+5)(2x-5)$$

Exercice P :
C'est l'identité remarquable 2 ($24x$ est négatif).
- le 1er terme est $3x$
- le le 2ème terme est 4 ($4^2=16$)
- le terme du milieu est 2 x $3x$ x 4

$$P=9x^2-24x+16=(3x-4)^2$$

Exercice Q :
C'est l'identité remarquable 3, mais inversée.
- le 1er terme est $6n$
- le 2ème terme (terme négatif) est 7 ($7^2=49$)

$$Q=-49+36n^2=36n^2-49=(6n+7)(6n-7)$$

42 Soit : $E=(4x^2-1)+(2x+1)(x+3)$.

a. Factoriser l'expression : $4x^2-1$.

b. Établir que $E=(2x+1)(3x+2)$.

a. $4x^2-1$ est la 3ème identité remarquable :

$$4x^2-1=(2x+1)(2x-1)$$

b. Dans l'expression *E*, remplaçons $4x^2-1$ par $(2x+1)(2x-1)$

$$E=(2x+1)(2x-1)+(2x+1)(x+3)$$

Il es maintenant possible de factoriser :

$$E=(2x+1)(2x-1+x+3)=(2x+1)(3x+2)$$

44 Soit : $G=x^2+2x+1+4(x+1)$.

a. Factoriser l'expression : x^2+2x+1 .

b. Factoriser G .

a. x^2+2x+1 est la 1ère identité remarquable

$$x^2+2x+1=(x+1)^2$$

b. Dans l'expression *G*, remplaçons x^2+2x+1 par $(x+1)^2$

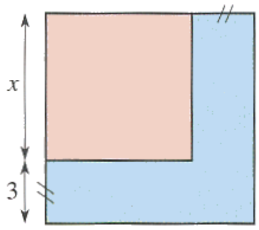
$$G=(x+1)^2+4(x+1)$$

Il est maintenant possible de factoriser :

$$G=(x+1)(x+1+4)=(x+1)(x+5)$$

46 **Un carré qui augmente !**

Un carré a pour côté x (en cm). On augmente le côté de 3 cm.



1. Retrouver, parmi les trois expressions ci-dessous, celle qui exprime l'augmentation de l'aire du carré.

$(x^2+3^2)-x^2$; $x^2-(x+3)^2$; $(x+3)^2-x^2$.

2. À l'aide de l'expression trouvée au **1.**, montrer que cette augmentation peut s'écrire : $3(2x+3)$. En déduire la valeur de cette augmentation lorsque x est égal à 8 cm.

1. L'aire du grand carré est : $(x+3)^2$

   L'aire du petit carré est : x^2
   L'augmentation de l'aire est donc la différence entre ces 2 aires, à savoir :

   $$(x+3)^2-x^2$$

2. Réduisons l'expression ci-dessus :

   $$(x+3)^2-x^2=x^2+6x+9-x^2=6x+9$$

   Il est maintenant de factoriser :

   $$6x+9=3\cdot 2x+3\cdot 3=3(2x+3)$$

   Et l'augmentation de l'aire, avec $x=8$:

   $$3(2x+3)=3(2\cdot 8+3)=3\cdot 19=57$$

   L'augmentation est de 57 cm^2.

63 **1.** Recopier et compléter :

a. $27x+9=9(\ldots)$; **b.** $x^2-4x=x(\ldots)$;

c. $3x^2+8x=x(\ldots)$; **d.** $2x^2+6x=2x(\ldots)$.

2. Recopier les expressions ci-dessous en soulignant en rouge le facteur commun, puis factoriser E et F .

$E=(x+3)(2x-1)+2(x+3)$;

$F=(5x-1)(7x-4)-(7x+4)(5x-1)$.

63 **1. a.** $27x+9=9(3x+1)$;

b. $x^2-4x=x(x-4)$;

c. $3x^2+8x=x(3x+8)$;

d. $2x^2+6x=2x(x+3)$.

2. $E=(x+3)(2x+1)$;

$F=(5x-1)[7x-4-(7x+4)]=-8(5x-1)$.

64 Recopier et compléter les égalités :

64
① $a^2 + 2ab + b^2 = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2$;
② $x^2 + \boldsymbol{8x} + 4^2 = (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{4})^2$;
③ $x^2 + \boldsymbol{12x} + 36 = (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{6})^2$;
④ $(3x)^2 + \boldsymbol{6x} + 1 = (\boldsymbol{3x} + \boldsymbol{1})^2$;
⑤ $a^2 - b^2 = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})$;
⑥ $x^2 - 5^2 = (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{5})(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{5})$;
⑦ $x^2 - 64 = (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{8})(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{8})$;
⑧ $16x^2 - 25 = (\boldsymbol{4x} + \boldsymbol{5})(\boldsymbol{4x} - \boldsymbol{5})$.

65 **1.** Compléter les identités remarquables :
type ① $a^2 + 2ab + b^2 = \dots$;
type ② $a^2 - 2ab + b^2 = \dots$;
type ③ $a^2 - b^2 = \dots$.
2. On veut factoriser $E = 4x^2 - 20x + 25$.
a. Quelle identité remarquable va-t-on utiliser ? Préciser avec quelle valeur de a et quelle valeur de b .
b. Donner la factorisation de E .
3. Reprendre la question **2.** pour $F = 9x^2 - 49$.
4. Reprendre la question **2.** pour $G = 4x^2 + 12x + 9$.

65 **1.** $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$;
$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$;
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
2. a. On utilise l'identité remarquable de type ② pour $a = 2x$ et $b = 5$.
b. $E = (2x - 5)^2$.
3. a. On utilise l'identité remarquable de type ③ pour $a = 3x$ et $b = 7$.
b. $F = (3x + 7)(3x - 7)$.
4. a. On utilise l'identité remarquable de type ① pour $a = 2x$ et $b = 3$.
$G = (2x + 3)^2$.

52 En factorisant : $25x^2 - 20x + 4$, on obtient :
a. $(5x + 2)^2$; **b.** $(5x - 2)^2$; **c.** $(5x + 2)(5x - 2)$; **d.** $(5x - 4)^2$.

53 En factorisant $9 - x^2$, on obtient :
a. $(9 + x)(9 - x)$; **b.** $(3 - x)^2$; **c.** $(3 + x)(x - 3)$; **d.** $(3 + x)(3 - x)$.

54 En factorisant $(x + 1)^2 + (x + 1)(2x - 3)$, on obtient :
a. $(x + 1)(2x - 3)$; **b.** $(x + 1)(3x - 2)$; **c.** $(x + 1)(3x - 4)$; **d.** $(x + 1)(x - 2)$.

55 L'énoncé suivant, « Choisir un nombre x, ajouter 1 au triple de x, calculer le carré du nombre obtenu, puis retrancher 9 » correspond à l'expression :
a. $3(x + 1)^2 - 9$; **b.** $9 - (3x + 1)^2$; **c.** $(3x + 1)^2 - 9$; **d.** $(x + 3)^2 - 9$.

56 En factorisant $(3x + 1)^2 - 9$, on obtient :
a. $(3x + 4)(3x - 2)$; **b.** $(3x + 10)(3x - 8)$; **c.** $(3x - 2)^2$; **d.** $(3x + 4)(3x - 4)$.