13 $(x+1)^2$; $(t+5)^2$; $(n+3)^2$;
$(x-1)^2$; $(t-5)^2$; $(n-3)^2$.

13 $(x+1)^2 = x^2+2x+1$;
$(t+5)^2 = t^2+10x+25$;
$(n+3)^2 = n^2+6x+9$;
$(x-1)^2 = x^2-2x+1$;
$(t-5)^2 = t^2-10x+25$;
$(n-3)^2 = n^2-6x+9$.

14 $(x+1)(x-1)$; $(t+5)(t-5)$;
$(n-3)(n+3)$; $(a-0{,}8)(a+0{,}8)$.

14 $(x+1)(x-1) = x^2-1$;
$(t+5)(t-5) = t^2-25$;
$(n-3)(n+3) = n^2-9$;
$(a-0{,}8)(a+0{,}8) = a^2-0{,}64$.

15 $(x-2)^2$; $(x+2)^2$; $(x-2)(x+2)$;
$(3x+1)^2$; $(3x-5)^2$; $(3x+4)(3x-4)$.

15 $(x-2)^2 = x^2-4x+4$;
$(x+2)^2 = x^2+4x+4$;
$(x-2)(x+2) = x^2-4$;
$(3x+1)^2 = 9x^2+6x+1$;
$(3x-5)^2 = 9x^2-30x+25$;
$(3x+2)(3x-2) = 9x^2-4$.

16 $\left(2x+\frac{1}{4}\right)^2$; $\left(2x-\frac{1}{4}\right)^2$; $\left(2x+\frac{1}{4}\right)\left(2x-\frac{1}{4}\right)$;
$\left(\frac{n}{2}-1\right)^2$; $\left(\frac{y}{2}+1\right)^2$; $\left(\frac{a}{2}-1\right)\left(\frac{a}{2}+1\right)$.

$$\left(2x+\frac{1}{4}\right)^2 = (2x)^2+2\cdot 2x\cdot\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2 =$$
$$4x^2+\frac{4x}{4}+\frac{1}{16} = 4x^2+x+\frac{1}{16}$$

$$\left(2x-\frac{1}{4}\right)^2 = (2x)^2-2\cdot 2x\cdot\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2 =$$
$$4x^2-\frac{4x}{4}+\frac{1}{16} = 4x^2-x+\frac{1}{16}$$

$$\left(2x+\frac{1}{4}\right)\left(2x-\frac{1}{4}\right) = (2x)^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 4x^2-\frac{1}{16}$$

$$\left(\frac{n}{2}-1\right)^2 = \left(\frac{n}{2}\right)^2-2\cdot\frac{n}{2}\cdot 1+1^2 =$$
$$\frac{n^2}{4}-\frac{2n}{2}+1 = \frac{n^2}{4}-n+1$$

$$\left(\frac{y}{2}+1\right)^2 = \left(\frac{y}{2}\right)^2+2\cdot\frac{y}{2}\cdot 1+1^2 =$$
$$\frac{y^2}{4}+\frac{2y}{2}+1 = \frac{y^2}{4}+y+1$$

$$\left(\frac{a}{2}-1\right)\left(\frac{a}{2}+1\right) = \left(\frac{a}{2}\right)^2-1^2 = \frac{a^2}{4}-1$$

18 $21^2 = ?$ $19^2 = ?$ $19\times 21 = ?$
$49^2 = ?$ $51^2 = ?$ $49\times 51 = ?$
$88\times 92 = ?$ $101^2 = ?$ $101\times 99 = ?$

18 Par la même méthode que pour l'exercice 17 :
$21^2 = 441$; $19^2 = 361$; $19\times 21 = 399$;
$49^2 = 2\,401$; $51^2 = 2\,601$; $49\times 51 = 2\,499$;
$88\times 92 = 8\,096$; $101^2 = 10\,201$;
$101\times 99 = 9\,999$.

$$21^2 = (20+1)^2 = 20^2+2\cdot 20\cdot 1+1^2 = 400+40+1 = 441$$

$$49^2 = (50-1)^2 = 50^2-2\cdot 50\cdot 1+1^2 = 2500-100+1 = 2401$$

$$88\times 92 = (90-2)\cdot(90+2) = 8100-4 = 8096$$

19 Développer et réduire chaque expression.

$A=(x+5)^2+(x-5)^2$;
$B=(2x+3)^2-(2x-3)^2$;
$C=(x+6)^2+(x+6)(x-6)$.

$$A=(x+5)^2+(x-5)^2=x^2+10x+25+x^2-10x+25$$
$$=2x^2+50$$

$$A=(2x+3)^2-(2x-3)^2=4x^2+12x+9-(4x^2-12x+9)$$
$$=4x^2+12x+9-4x^2+12x-9=24x$$

$$C=(x+6)^2+(x+6)(x-6)=x^2+12x+36+x^2-36$$
$$=2x^2+12x$$

20 Développer et réduire chaque expression.

$D=(x+9)^2-(18x+1)$;
$E=(x-3)^2+x(x+6)$;
$F=(x+2)^2-(x+1)(x-1)$.

$$D=(x+9)^2-(18x+1)=x^2+18x+81-18x-1$$
$$=x^2+80$$

$$E=(x-3)^2+x(x+6)=x^2-6x+9+x^2+6x=2x^2+9$$

$$F=(x+2)^2-(x+1)(x-1)=x^2+4x+4-(x^2-1)$$
$$=x^2+4x+4-x^2+1=4x+5$$

21 $D=(x+1)^2-x^2$.

1. Développer et réduire l'expression D .

2. Quelle est la valeur de D pour $x=\frac{3}{2}$?

1. $D=x^2+2x+1-x^2=2x+1$

2. Pour $x=\dfrac{3}{2}$, D vaudra :

$$D=2x+1=2\cdot\frac{3}{2}+1=\frac{6}{2}+1=3+1=4$$

22 Recopier et compléter :

a. $(x+\dots)^2=\dots+\dots+25$;
b. $(y-\dots)^2=\dots-\dots+1$;
c. $(z+\dots)^2=\dots+8z+\dots$;
d. $(n+\dots)(n-\dots)=\dots-49$.

a.

On a à faire ici à la 1ère identité remarquable :

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

Dans cet exercice,
- x représente a, donc x^2 représente a^2
- 25 représente b^2, donc 5 représente b
- et le terme du milieu vaut : $2\cdot x\cdot 5=10x$

Ainsi, on peut compléter les trous de l'ex. a) :

$$(x+5)^2=x^2+10x+25$$

b.

On a à faire ici à la 2ème identité remarquable :

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

Dans cet exercice,
- y représente a, donc y^2 représente a^2
- 1 représente b^2 ,donc 1 représente b
- et le terme du milieu vaut : $2\cdot y\cdot 1=2y$

Ainsi, on peut compléter les trous de l'ex. b) :

$$(y-1)^2=y^2-2y+1$$

c.

On a à faire ici à la 1ère identité remarquable :

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

Dans cet exercice,
- z représente a, donc z^2 représente a^2
- $8z$ représente $2ab$ (le terme du milieu)

Comme z vaut a, on peut supprimer le z dans $8z$, et supprimer a dans $2ab$.
Ainsi : 8 représente $2b$
Si : $8=2b$, alors : $\dfrac{8}{2}=\dfrac{2b}{2}$ et $4=b$

Ainsi, on peut compléter les trous de l'ex. c) :

$$(z+4)^2=z^2+8z+16$$

d.

On a à faire ici à la 3ème identité remarquable :

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Dans cet exercice,

- n représente a, donc n^2 représente a^2
- 49 représente b^2, donc 7 représente b

Ainsi, on peut compléter les trous de l'ex. d) :

$$(n+7)(n-7)=n^2-49$$

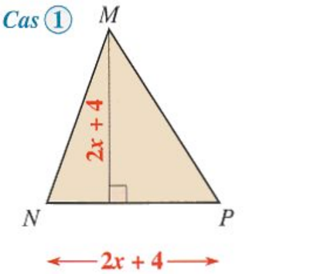
23 Recopier et compléter :

a. $(\dots+4)^2=9x^2+\dots+\dots$;
b. $(\dots-5)^2=16x^2-\dots+\dots$;
c. $(2x+\dots)^2=\dots+12x+\dots$;
d. $(\dots+1)(\dots-1)=36x^2-\dots$.

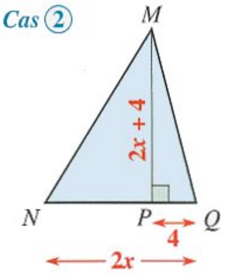
23 **a.** $(\mathbf{3x}+4)^2=9x^2+\mathbf{24x}+\mathbf{16}$;
b. $(\mathbf{4x}-5)^2=16x^2-\mathbf{40x}+\mathbf{25}$;
c. $(2x+\mathbf{3})^2=\mathbf{4x^2}+12x+\mathbf{9}$;
d. $(\mathbf{6x}+1)(\mathbf{6x}-1)=36x^2-\mathbf{1}$.

24 Dans chacun des cas ci-dessous, exprimer en fonction de x l'aire du triangle MNP. Donner le résultat sous forme développée et réduite.

Cas ①



Cas ②



24 Soit $\mathcal{A}$ l'aire de MNP.

Rappelons que l'aire du triangle est :

$$A=\frac{b\times h}{2}$$

$$A_1=\frac{(2x+4)\times(2x+4)}{2}=2x^2+8x+8$$

$$A_2=\frac{(2x-4)\times(2x+4)}{2}=2x^2-8$$

60 **1.** Compléter les identités remarquables :

type ① $(a+b)^2=\dots$;
type ② $(a-b)^2=\dots$;
type ③ $(a+b)(a-b)=\dots$.

2. On veut développer $E=(3x-4)^2$.

a. Quelle identité remarquable va-t-on utiliser ? Préciser avec quelle valeur de a et quelle valeur de b .

b. Donner le développement de E .

3. Reprendre la question **2.** pour $F=(5x+1)^2$.

4. Reprendre la question **2.** pour $G=(2x+7)(2x-7)$.

60 **1.** $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$;
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$;
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

2. a. On utilise l'identité remarquable de type ② pour $a=3x$ et $b=4$.
b. $E=9x^2-24x+16$.

3. a. On utilise l'identité remarquable de type ① pour $a=5x$ et $b=1$.
b. $F=25x^2+10x+1$.

4. a. On utilise l'identité remarquable de type ③ pour $a=2x$ et $b=7$.
b. $G=4x^2-49$.

62 Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables.

$E=(x+9)^2$; $F=(x-9)^2$; $G=(x+9)(x-9)$; $H=(4x-1)^2$; $I=(4x+1)^2$; $J=(4x-1)(4x+1)$.

62 $E=x^2+18x+81$; $F=x^2-18x+81$;
$G=x^2-81$; $H=16x^2-8x+1$;
$I=16x^2+8x+1$; $J=16x^2-1$.

$$E=(x+9)^2=x^2+2\cdot x\cdot 9+9^2=x^2+18x+81$$

$$F=(x-9)^2=x^2-2\cdot x\cdot 9+9^2=x^2-18x+81$$

$$G=(x+9)(x-9)=x^2-81$$

$$H=(4x-1)^2=(4x)^2-2\cdot 4x\cdot 1+1^2=16x^2-8x+1$$

$$I=(4x+1)^2=(4x)^2+2\cdot 4x\cdot 1+1^2=16x^2+8x+1$$

$$J=(4x-1)(4x+1)=(4x)^2-1^2=16x^2-1$$

66 $A = 15x - (x+7)^2$;
$B = x(x-1) - (x-2)^2$;
$C = (2+x)(2-x) + (x+1)^2$.

66 $A = 15x - (x^2 + 14x + 49) = -x^2 + x - 49$;
$B = x^2 - x - (x^2 - 4x + 4) = 3x - 4$;
$C = 4 - x^2 + x^2 + 2x + 1 = 2x + 5$.

68 $G = (x-3)(x+3) - (x+4)(x-4)$;
$H = (1-2x)(1+2x) + 4(x-1)(x+2)$;
$I = (3x+5)^2 + (5x-3)^2$.

68 $G = x^2 - 9 - (x^2 - 16) = 7$;
$H = 1 - 4x^2 + 4(x^2 + x - 2) = 4x - 7$;
$I = 9x^2 + 30x + 25 + 25x^2 - 30x + 9$
$= 34x^2 + 34$.

69 $M = (x+y)^2 - (x-y)^2$;
$N = (x+y)^2 + (x-y)^2 - 2(x+y)(x-y)$.

69 $M = x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2) = 4xy$;
$N = x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 - 2(x^2 - y^2)$
$= 4y^2$.

70 Développer et réduire :
$$(2x+1)^2 - (2x-1)^2 \ .$$
Sans utiliser la calculatrice et sans poser d'opérations, en déduire le résultat de $201^2 - 199^2$.

70 $(2x+1)^2 - (2x-1)^2 = 8x$.
Établir ensuite le lien en posant $x = 100$, d'où :
$201^2 - 199^2 = (2 \times 100 + 1)^2 - (2 \times 100 - 1)^2$
$= 8 \times 100$
$= 800$.

Autre solution avec la 3ème identité :

3ème identité : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Dans cet exercice,

- $(2x+1)^2$ représente a^2, donc $2x+1 = a$

- $(2x-1)^2$ représente b^2, donc $2x-1 = b$

$(2x+1)^2 - (2x-1)^2 = a^2 - b^2 = (a+b)\times(a-b)$
$[(2x+1)+(2x-1)]\times[(2x+1)-(2x-1)]$
$= 4x \times 2 = 8x$

49 En développant $(3x+5)^2$, on obtient :
a. $9x^2 + 25$; b. $9x^2 + 30x + 25$; c. $6x + 10$; d. $9x^2 + 15x + 25$.

50 En développant $(2x-7)^2$, on obtient :
a. $4x^2 - 28x + 49$; b. $4x^2 - 14x + 49$; c. $4x^2 - 28x - 49$; d. $2x^2 - 28x + 49$.

51 En développant $(4x+3)(4x-3)$, on obtient :
a. $4x^2 - 9$; b. $16x^2 + 9$; c. $16x^2 - 24x - 9$; d. $16x^2 - 9$.