

Chapitre 1, Livre 3^{ème}

Ecritures littérales – Développer

1 Recopier et relier chaque expression à son expression développée et réduite.

$3(2x+1) - (x-1)$ $-7x+1+2x-5$ $4(5x-2)+5(1-3x)-1$ $x(x-3)-2(x+2)-x^2$	$5x-4$ $-5x-4$ $5x+4$
---	-----------------------------

2 Développer et réduire :

$$A = 3(2x+5) + 4(x+1) ; \quad B = 3(2x-5) - 4(x-1) ;$$

$$C = -(x+6) + 2(x-3) ; \quad D = -(x-6) - 2(x+3) .$$

$$A = 3(2x+5) + 4(x+1) = 6x + 15 + 4x + 4 = 10x + 19$$

$$B = 3(2x-5) - 4(x-1) = 6x - 15 - 4x + 4 = 2x - 11$$

$$C = -(x+6) + 2(x-3) = -x - 6 + 2x - 6 = x - 12$$

$$D = -(x-6) - 2(x+3) = -x + 6 - 2x - 6 = -3x$$

3 Les quatre expressions ci-dessous sont-elles égales ? Justifier la réponse.

$$E = 3(4x-1) + 1 ; \quad F = 5(3x-1) - 3(x-1) ;$$

$$G = -\frac{1}{2}(4-24x) ; \quad H = \frac{2}{3}(9x-3) + 6x .$$

3 $E = F = G = H = 12x - 2 .$

4 $A = 2(6x-y) - 4(3x-y) .$

Calculer rapidement la valeur numérique de A pour

$$x = -\frac{7,5}{0,6} \text{ et } y = \frac{1}{6} .$$

4 $A = 2y .$

Pour $y = \frac{1}{6}$, $A = \frac{1}{3} .$

5 Recopier et relier chaque expression à son expression développée et réduite.

$(3x+5)(x+2)$ $(x-5)(3x+2)$ $(x+5)(3x-2)$ $(3x-5)(x-2)$	$3x^2 - 11x + 10$ $3x^2 + 13x - 10$ $3x^2 - 13x - 10$ $3x^2 + 11x + 10$
--	--

6 Corriger les erreurs éventuelles dans les développements suivants :

a. $(a+b)(c+b) = ac + ab + bc + 2b ;$

b. $(a+3)(a-2) = a^2 - a - 6 ;$

c. $(x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3 ;$

d. $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(3x + \frac{1}{2}\right) = 3x^2 - x + \frac{1}{4} .$

6 a. b^2 et non $2b ;$

b. $+a$ et non $-a ;$

c. pas d'erreur ;

d. $-\frac{1}{4}$ et non $+\frac{1}{4} .$

7 Développer et réduire :

$$A = (3x+4)(x+2) + (5x-1)(x-2) ;$$

$$B = (2x+3)(3x-1) - (3x+1)(2x-5) .$$

7 $A = 3x^2 + 6x + 4x + 8 + 5x^2 - 10x - x + 2 = 8x^2 - x + 10 ;$

$$B = 6x^2 - 2x + 9x - 3 - (6x^2 - 15x + 2x - 5) = 20x + 2 .$$

8 Développer et réduire :

$$C = \left(\frac{3}{2}x - 5\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{5}\right) ; \quad D = \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4} + \frac{x}{3}\right).$$

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{3}{2}x - 5\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{5}\right) = \frac{3}{2}x \cdot \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}x \cdot \frac{1}{5} - 5 \cdot \frac{2}{3}x + 5 \cdot \frac{1}{5} \\ &= \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 3}x^2 - \frac{3x}{10} - \frac{10x}{3} + \frac{5}{5} = x^2 - \frac{3 \cdot 3x + 10 \cdot 10x}{30} + 1 \\ &= x^2 - \frac{109x}{30} + 1 \end{aligned}$$

L'expression D est en fait la 3^{ème} identité remarquable : $(a - b)(b + a) = a^2 - b^2$

Il suffit d'inverser l'ordre des 2 termes de la 2^{ème} parenthèse pour le comprendre.

$$\begin{aligned} d &= \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4} + \frac{x}{3}\right) = \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{3}{4}\right) \\ &= \left(\frac{x}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{9} - \frac{9}{16} \end{aligned}$$

Mais on peut très bien factoriser cette expression sans les identités remarquables :

$$\begin{aligned} d &= \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4} + \frac{x}{3}\right) = \frac{x \cdot 3}{3 \cdot 4} + \frac{x \cdot x}{3 \cdot 3} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} - \frac{3 \cdot x}{4 \cdot 3} \\ &= \frac{x}{4} + \frac{x^2}{9} - \frac{9}{16} - \frac{x}{4} = \frac{x^2}{9} - \frac{9}{16} \end{aligned}$$

9 Calculer la valeur numérique des expressions E , F , G et H sachant que $ab = -2$ et $a + b = 1$.

$$E = (a + 1)(b + 1) ; \quad F = (a + 5)(b + 5) ;$$

$$G = (a - 1)(b - 1) ; \quad H = (a - 7)(b - 7) .$$

9 *Commentaire*

La difficulté consiste à bien mettre en évidence la somme $a + b$ dans chaque cas.

Réponses

$$E = ab + (a + b) + 1 = -2 + 1 + 1 = 0 ;$$

$$F = ab + 5(a + b) + 25 = -2 + 5 + 25 = 28 ;$$

$$G = ab - (a + b) + 1 = -2 - 1 + 1 = -2 ;$$

$$H = ab - 7(a + b) + 49 = -2 - 7 + 49 = 40 .$$

10 Voir « Mettre en pratique » à la page 19.

Soit l'expression : $E = (x + 2)(x - 1) - x^2$.

1. Développer et réduire E .

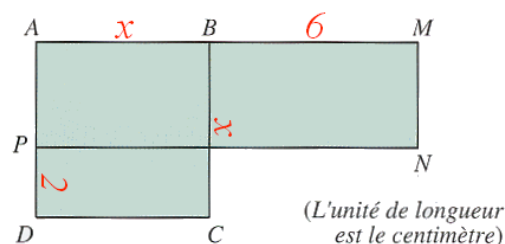
2. À l'aide de E , comment peut-on déduire facilement, sans calculatrice, le résultat de $2\,007 \times 2\,004 - 2\,005^2$?

10 Voir « Mettre en pratique » à la page 19.

1. $E = x - 2$.

2. Établir le lien avec le 1. en posant $x = 2\,005$.
D'où :

$$2\,007 \times 2\,004 - 2\,005^2 = 2\,005 - 2 = 2\,003 .$$

11 Voir « Mettre en pratique » à la page 19.

Dans la figure ci-dessus :

$ABCD$ est un carré de côté x ($x > 2$) ;

$AMNP$ est un rectangle.

On sait aussi que $BM = 6$ et $DP = 2$.

1. Exprimer en fonction de x :

a. l'aire $\mathcal{A}$ du carré $ABCD$;

b. l'aire $\mathcal{B}$ du rectangle $AMNP$ et donner le résultat sous forme développée et réduite.

2. Vérifier que $\mathcal{A} = \mathcal{B}$ pour $x = 3$.

11 Voir « Mettre en pratique » à la page 19.

1. a. $\mathcal{A} = x^2$;

b. $\mathcal{B} = (x - 2)(x + 6) = x^2 + 4x - 12$.

2. Pour $x = 3$, $\mathcal{A} = 9$ et

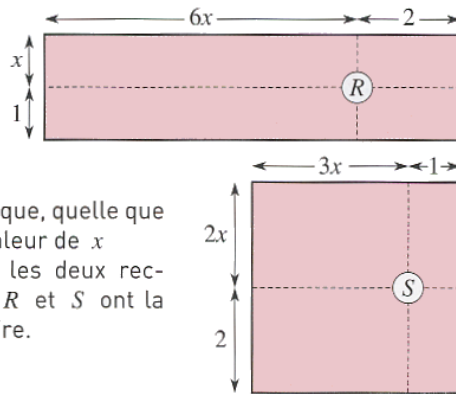
$\mathcal{B} = 3^2 + 4(3) - 12 = 9$, donc $\mathcal{A} = \mathcal{B}$.

$$x^2 = x^2 + 4x - 12$$

$$0 = 4x - 12$$

$$4x = 12$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

12

Prouver que, quelle que soit la valeur de x positive, les deux rectangles R et S ont la même aire.

12 $\mathcal{A}_R = (6x + 2)(x + 1) = 6x^2 + 8x + 2$;

$\mathcal{A}_S = (3x + 1)(2x + 2) = 6x^2 + 8x + 2$;

donc $\mathcal{A}_R = \mathcal{A}_S$.

92 Extrait du brevet Martinique 1999

Soit l'expression : $F = (5x - 1)^2 - 7x(5x - 1)$.

1. Développer et réduire F .

2. Factoriser F .

1. Développer et réduire :

$$\begin{aligned} F &= (5x - 1)^2 - 7x \cdot (5x - 1) \\ &= 25x^2 - 10x + 1 - 35x^2 + 7x \\ &= -10x^2 - 3x + 1 \end{aligned}$$

2. Factoriser :

$$\begin{aligned} F &= (5x - 1) \cdot (5x - 1) - 7x \cdot (5x - 1) \\ &= (5x - 1) \cdot [(5x - 1) - 7x] \\ &= (5x - 1) \cdot (-2x - 1) \end{aligned}$$

Les 2 termes de la 2ème parenthèse sont négatifs : on peut donc factoriser le signe « - » et le mettre devant l'expression.

$$\begin{aligned} F &= (5x - 1) \cdot (-2x - 1) \\ &= \underline{\underline{-(5x - 1) \cdot (2x + 1)}} \end{aligned}$$

47

En développant et réduisant $x(2x + 7) - 2(x - 3) - 2x^2$, on obtient :

a. $4x^2 + 5x + 6$;

b. $5x - 6$;

c. $5x + 6$;

d. $9x + 6$.

48

En développant et réduisant $(x - 2)(4 - 3x)$, on obtient :

a. $-3x^2 + 2x - 8$;

b. $4x - 3x^2 - 8 + 6x$;

c. $-3x^2 + 10x + 8$;

d. $-3x^2 + 10x - 8$.