

Branche	Chapitre	Date	Durée
Algèbre	3 - Ecritures fractionnaires	26 octobre 2019	45 min.

**La calculatrice de poche n'est pas autorisée.  
La marche à suivre et les détails de calcul sont obligatoires.**

1. Simplifier ces fractions :

5 pts

$$A = \frac{48}{36} = \frac{2^4 \times 3}{2^2 \times 3^2} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$B = \frac{27}{1,5} = \frac{270}{15} = \frac{15 \times 18}{15} = 18$$

$$C = -\frac{22}{-8} = \frac{2 \times 11}{2 \times 4} = \frac{11}{4}$$

$$D = -\frac{-49}{-14} = -\frac{7^2}{2 \times 7} = -\frac{7}{2}$$

$$E = \frac{0,9}{-7,2} = -\frac{9}{72} = -\frac{9}{9 \times 8} = -\frac{1}{8}$$

2. Calculer :

10 pts

$$F = \frac{8}{9} \cdot \left( \frac{6}{4} \cdot \frac{9}{2} \right) = \frac{8}{9} \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{9}{2} = \frac{4 \cdot 2 \times 3 \cdot 2 \times 2}{4 \times 3 \cdot 3 \times 9} = \frac{8}{27}$$

$$G = \left( 3 - \frac{22}{7} \right) + \frac{1}{5} = \frac{21 - 22}{7} + \frac{1}{5} = -\frac{1}{7} + \frac{1}{5} = \frac{-5 + 7}{35} = \frac{2}{35}$$

Autre solution:

$$G = \left( 3 - \frac{22}{7} \right) + \frac{1}{5} = \frac{105 - 110 + 7}{35} = \frac{2}{35}$$

$$H = \frac{3}{17} \cdot \frac{34}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3 \times 17 \cdot 2}{17 \times 5} - \frac{1}{4} = \frac{6}{5} - \frac{1}{4} = \frac{24 - 5}{20} = \frac{19}{20}$$

$$I = \frac{1}{7} \cdot \frac{-12}{9} \cdot \frac{-21}{-8} = -\frac{3 \cdot 4 \times 3 \cdot 7}{7 \times 3 \cdot 3 \times 2 \cdot 4} = -\frac{1}{2}$$

$$J = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{2 \times 3}{5 \times 2} - \frac{3 \times 2}{7} = \frac{3}{5} - \frac{6}{7} = \frac{21 - 30}{35} = -\frac{9}{35}$$

3. Résoudre le problème suivant :

4 pts

À l'examen théorique du permis de conduire,  $\frac{2}{3}$  des inscrits réussissent à la première tentative. Sachant que  $\frac{2}{7}$  de ceux qui échouent à ce premier essai échouent aussi au rattrapage :

**I. Quelle proportion de tous les candidats initiaux réussit l'examen après rattrapage ?**

$\frac{2}{3}$  réussissent à la 1<sup>ère</sup> tentative, donc  $\frac{1}{3}$  échoue à la 1<sup>ère</sup> tentative

Les  $\frac{2}{7}$  de ce  $\frac{1}{3}$  échouent à la 2<sup>ème</sup> tentative, donc Les  $\frac{5}{7}$  de ce  $\frac{1}{3}$  réussissent à la 2<sup>ème</sup> tentative.

Soit  $x$ , les réussites en 2<sup>ème</sup> tentative :

$$x = 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} = 1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{21} = \frac{21 - 14 - 2}{21} = \frac{5}{21}$$

Autre solution :

$$x = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{7} = \frac{3-2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{1 \times 5}{3 \times 7} = \frac{5}{21}$$

**Ainsi, les  $\frac{5}{21}$  des candidats initiaux ne passent l'examen qu'au rattrapage.**

**II. Si 200 personnes ont raté leur rattrapage, combien y avait-il de candidats initiaux ?**

Rappel : les  $\frac{2}{7}$  du  $\frac{1}{3}$  échouent à la 2<sup>ème</sup> tentative : cela représente  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{21}$

Les  $\frac{2}{21}$  représentent 200 personnes

Donc :  $200 \times \frac{21}{2} = 2'100$  candidats initiaux.

- 
4. Calculer A, B et C lorsque  $x = \frac{4}{3}$ ,  $y = 3$  et  $Z = \frac{2}{-9}$  **9 pts**

$$A = x - (y - z) = \frac{4}{3} - \left(3 - \frac{2}{-9}\right) = \frac{4}{3} - \frac{27+2}{9} = \frac{4}{3} - \frac{29}{9} = \frac{12-29}{9} = -\frac{17}{9}$$

$$B = \frac{-(x-y)}{z} = \frac{-\left(\frac{4}{3}-3\right)}{\frac{2}{-9}} = -\frac{4-9}{3} \times \frac{-9}{2} = -\frac{-5}{3} \times \frac{-9}{2} = \frac{-5}{3} \times \frac{3 \cdot 3}{2} = -\frac{15}{2}$$

$$C = \frac{2}{z} + y - x = \frac{2}{\frac{2}{-9}} + 3 - \frac{4}{3} = -2 \times \frac{9}{2} + 3 - \frac{4}{3} = -9 + 3 - \frac{4}{3} = \frac{-27+9-4}{3} = -\frac{22}{3}$$

- 
5. Effectuer ces calculs : **6 pts**

$$D = \frac{3}{1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} = \frac{3}{1 - \frac{1}{\frac{4+1}{2}}} = \frac{3}{1 - \frac{1}{\frac{5}{2}}} = \frac{3}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{3}{\frac{5-2}{5}} = \frac{3}{\frac{3}{5}} = 3 \times \frac{5}{3} = 5$$

$$E = \frac{1 - \frac{4}{3 - \frac{1}{2}}}{2 - \frac{1}{1 - \frac{3}{5}}} = \frac{1 - \frac{4}{\frac{6-1}{2}}}{2 - \frac{1}{\frac{5-3}{5}}} = \frac{1 - \frac{4}{\frac{5}{2}}}{2 - \frac{1}{\frac{2}{5}}} = \frac{1 - 4 \times \frac{2}{5}}{2 - \frac{5}{2}} = \frac{1 - \frac{8}{5}}{2 - \frac{5}{2}} = \frac{\frac{5-8}{5}}{\frac{4-5}{2}} = \frac{\frac{-3}{5}}{\frac{-1}{2}} = \frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{5}$$

- 
6. Exercice Bonus – résoudre, sachant que  $x \neq 0$  : **(3 pts)**

$$\frac{3}{2} + \frac{1-x}{x} = \frac{6}{x} - \frac{x}{2x}$$

La solution consiste à mettre toutes les fractions sous le même dénominateur, à savoir  $2x$

$$\frac{3x+2-2x}{2x} = \frac{12-x}{2x}$$

En multipliant les 2 côtés de l'égalité par  $2x$ , nous supprimons les dénominateurs.

Ainsi:  $3x+2-2x=12-x$

$$3x-2x+x=12-2$$

Passons les  $x$  à gauche de l'égalité et les relatifs à droite :  $2x=10$

$$x=5$$