

Chapitre 2, livre 4^{ème}

Opérations en écriture fractionnaire :

S o l u t i o n s

Exercices complémentaires

- 3.2 Quelles sont les fractions égales à $\frac{35}{21}$ dont le dénominateur est compris entre 4 et 16 ?

Le dénominateur est un multiple de 3 car $\frac{35}{21} = \frac{5}{3}$ donc : $\frac{10}{6}, \frac{15}{9}, \frac{20}{12}, \frac{25}{15}$

- 3.4 Quelles sont les fractions égales à $\frac{54}{42}$ dont le numérateur est compris entre 26 et 47 ?

Le dénominateur est un multiple de 7 car $\frac{54}{42} = \frac{9}{7}$ donc : $\frac{27}{21}, \frac{36}{28}, \frac{45}{35}$

- 3.6 Quelle est la fraction égale à $\frac{9}{12}$ dont la somme du numérateur et du dénominateur est égale à 28 ?

$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$; Il faut multiplier le numérateur et le dénominateur par x , de telle façon que :

$$3x + 4x = 28 ; 7x = 28 ; x = 4 ; \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

- 3.8 Simplifier les écritures fractionnaires suivantes :

$$\frac{16}{14} = \frac{8}{7}, \quad -\frac{18}{21} = -\frac{6}{7}, \quad \frac{25}{35} = \frac{5}{7}, \quad \frac{132}{144} = \frac{11}{12}, \quad -\frac{250}{200} = -\frac{5}{4}, \quad \frac{396}{36} = 11$$

- 3.10 Simplifier les écritures suivantes :

$$A = \frac{21 \times 70 \times 11 \times 13}{26 \times 49 \times 99} = \frac{3 \cdot 7 \times 7 \cdot 10 \times 11 \times 13}{2 \cdot 13 \times 7 \cdot 7 \times 9 \cdot 11} = \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{46 \times 17 \times 15 \times 29}{69 \times 34 \times 87 \times 11} = \frac{2 \cdot 23 \times 17 \times 3 \cdot 5 \times 29}{3 \cdot 23 \times 2 \cdot 17 \times 3 \cdot 29 \times 11} = \frac{5}{33}$$

$$C = \frac{15 \times 27 \times 31 \times 28}{30 \times 36 \times 14 \times 93} = \frac{3 \cdot 5 \times 3 \cdot 9 \times 31 \times 4 \times 7}{2 \cdot 3 \cdot 5 \times 4 \cdot 9 \times 2 \cdot 7 \times 3 \cdot 31} = \frac{1}{4}$$

$$D = \frac{12 \times 25 \times 54 \times 46}{40 \times 18 \times 23 \times 12} = \frac{12 \times 5 \cdot 5 \times 3 \cdot 18 \times 2 \cdot 23}{2 \cdot 4 \cdot 5 \times 18 \times 23 \times 12} = \frac{15}{4}$$

- 3.12 Simplifier les écritures suivantes :

$$A = \frac{17 \times 11 \times 23 \times 35}{69 \times 77 \times 85} = \frac{17 \times 11 \times 23 \times 5 \cdot 7}{3 \cdot 23 \times 7 \cdot 11 \times 5 \cdot 17} = \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{12 \times 15 \times 168}{14 \times 16 \times 54} = \frac{2^2 \cdot 3 \times 3 \cdot 5 \times 2^3 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 7 \times 2^4 \times 2 \cdot 3^3} = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}$$

$$C = \frac{1547}{294} = \frac{7 \cdot 221}{7 \cdot 42} = \underline{\underline{\frac{221}{42}}}$$

$$D = \frac{4522 \times 55 \times 78}{6545 \times 35 \times 2964} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 19 \times 5 \cdot 11 \times 2 \cdot 3 \cdot 13}{5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 \times 5 \cdot 7 \times 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 19} = \underline{\underline{\frac{1}{35}}}$$

3.14 Calculer :

$$A = -\frac{7}{2} + \frac{3}{4} = \frac{-14+3}{4} = \underline{\underline{-\frac{11}{4}}}$$

$$B = \frac{3}{8} + \frac{7}{6} = \frac{9+28}{24} = \underline{\underline{\frac{37}{24}}}$$

$$C = \frac{14}{20} + \frac{21}{30} = \frac{7}{10} + \frac{7}{10} = \frac{14}{10} = \underline{\underline{\frac{7}{5}}}$$

$$D = -\frac{18}{4} + \frac{21}{6} = -\frac{9}{2} + \frac{7}{2} = \frac{-9+7}{2} = -\frac{2}{2} = \underline{\underline{-1}}$$

$$E = \frac{32}{100} + \frac{1}{75} = \frac{8}{25} + \frac{1}{75} = \frac{24+1}{75} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

$$F = \frac{49}{21} - \frac{45}{27} = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

3.16 Calculer :

$$A = \frac{1}{7} + \frac{2}{5} - \frac{1}{35} + 3 - \frac{4}{7} - \frac{3}{5} = \frac{5+14-1+105-20-21}{35} = \underline{\underline{\frac{82}{35}}}$$

$$B = \frac{4}{7} - \frac{13}{28} - \frac{5}{14} = \frac{16-13-10}{28} = -\frac{7}{28} = \underline{\underline{-\frac{1}{4}}}$$

$$C = \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{9}\right) - \left(\frac{8}{9} - \frac{3}{7}\right) = \left(\frac{5-6}{4}\right) + \left(\frac{4+3}{7}\right) - \left(\frac{8+1}{9}\right) = -\frac{1}{4} + 1 - 1 = \underline{\underline{-\frac{1}{4}}}$$

3.18 Calculer :

$$A = \frac{45}{38} \cdot \frac{57}{90} = \frac{45 \times 3 \cdot 19}{2 \cdot 19 \times 2 \cdot 45} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

$$B = -\frac{26}{28} \cdot \frac{70}{39} = -\frac{2 \cdot 13 \times 2 \cdot 5 \cdot 7}{2^2 \cdot 7 \times 3 \cdot 13} = \underline{\underline{-\frac{5}{3}}}$$

$$C = \frac{42}{65} \cdot \frac{39}{66} = \frac{6 \cdot 7 \times 3 \cdot 13}{5 \cdot 13 \times 6 \cdot 11} = \underline{\underline{\frac{21}{55}}}$$

$$D = -\frac{70}{33} \cdot \frac{11}{14} = -\frac{2 \cdot 5 \cdot 7 \times 11}{3 \cdot 11 \times 2 \cdot 7} = \underline{\underline{-\frac{5}{3}}}$$

$$E = \frac{187}{85} \cdot \frac{35}{33} = \frac{11 \cdot 17 \times 5 \cdot 7}{5 \cdot 17 \times 3 \cdot 11} = \underline{\underline{\frac{7}{3}}}$$

$$F = \left(-\frac{144}{56}\right) \cdot \left(-\frac{14}{60}\right) = \frac{3 \cdot 4 \cdot 12 \times 2 \cdot 7}{8 \cdot 7 \times 5 \cdot 12} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

3.20 Calculer :

$$A = \frac{5}{\frac{4}{3}} = 5 \times \frac{3}{4} = \underline{\underline{\frac{15}{4}}}$$

$$B = \frac{3}{\frac{2}{9}} = 3 \times \frac{9}{2} = \underline{\underline{\frac{27}{2}}}$$

$$C = \frac{6}{\frac{3}{2}} = 6 \times \frac{2}{3} = \underline{\underline{4}}$$

$$D = \frac{\frac{4}{3}}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{5} = \underline{\underline{\frac{4}{15}}}$$

$$E = \frac{\frac{5}{7}}{25} = \frac{5}{7} \times \frac{1}{25} = \underline{\underline{\frac{1}{35}}}$$

$$F = \frac{\frac{6}{9}}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{2}{9}}}$$

3.22 Calculer :

$$A = \left(\frac{7}{12} - \frac{3}{8} \right) \cdot \left(-5 + \frac{22}{6} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{12} \right) = \frac{14-9}{24} \cdot \frac{-30+22}{6} \cdot \frac{4+5}{12} = \frac{5}{24} \cdot \frac{-8}{6} \cdot \frac{9}{12} = -\frac{5}{24}$$

$$B = \left(4 - \frac{1}{4} \right) \cdot \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{2}{3} - 2 \right) = \frac{16-1}{4} \cdot \frac{5-6}{8} \cdot \frac{2-6}{3} = \frac{15}{4} \cdot \frac{-1}{8} \cdot \frac{-4}{3} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{A}{B} = -\frac{\frac{5}{24}}{\frac{5}{8}} = -\frac{5}{24} \times \frac{8}{5} = -\frac{1}{3}$$

3.24 Calculer :

$$A = \frac{\frac{7}{6} - \frac{1}{3}}{\frac{4}{5} - 2} \times \frac{24}{5} = \frac{\frac{7-2}{6}}{\frac{4-10}{5}} \times \frac{24}{5} = -\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \times \frac{24}{5} = -\frac{10}{3}$$

$$B = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} \times \left(-\frac{18}{20} \right) = \frac{\frac{2-1}{2}}{\frac{2+1}{2}} \times \frac{-9}{10} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = -\frac{3}{10}$$

$$A \times B = \frac{-10}{3} \times \frac{-3}{10} = 1$$

On en déduit que A et B sont des inverses.

3.28 Calculer :

$$A = \frac{-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{5}}{-\frac{2}{5} + \frac{3}{2}} \cdot \frac{11}{7} = \frac{\frac{-10+5-2}{10}}{\frac{-4+15}{10}} \times \frac{11}{7} = -\frac{7}{10} \cdot \frac{10}{11} \times \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{7} = -\frac{1}{2}$$

$$B = \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} = \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{2+1}{2}}}{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{\frac{2-1}{2}}} = \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{2} - 2} = \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{2} - 2} = \frac{\frac{6-3+4}{6}}{2+1-4} = \frac{7}{6} \times \frac{2}{-1} = -\frac{7}{3}$$

$$C = \frac{2 + \frac{2}{5} + \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{30+6+5}{15}}{\frac{30+6+5}{30}} = \frac{41}{15} \times \frac{30}{41} = 2$$

$$D = \frac{1 - \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{2-3}{3}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot (-3)}{\frac{4}{3}} = -2 \times \frac{3}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$E = \frac{\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{10+9-4}{12}}{\frac{10-9+8}{12}} = \frac{15}{12} \times \frac{12}{9} = \frac{5}{3}$$

$$F = 3 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{5}{3}} - \frac{4 - \frac{14}{13}}{2} = 3 + \frac{1}{\frac{3+10}{6}} - \frac{\frac{52-14}{13}}{2} = 3 + \frac{6}{13} - \frac{38}{13} \cdot \frac{1}{2} = \frac{39+6-19}{13} = \frac{26}{13} = 2$$

3.30 Résoudre :

$$\frac{14}{3}x = -\frac{7}{2}$$

$$x = -\frac{7}{2} \times \frac{3}{14} = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{3x}{4} + \frac{5}{2} = \frac{7}{4}$$

$$-\frac{3x}{4} = \frac{7}{4} - \frac{5}{2} = \frac{7-10}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$x = -\frac{3}{4} \times \frac{-4}{3} = 1$$

$$\frac{x-3}{7} = \frac{13}{21}$$

$$x-3 = \frac{13}{21} \times 7 = \frac{13}{3}$$

$$x = \frac{13}{3} + 3 = \frac{13+9}{3} = \frac{22}{3}$$

$$3\left(x - \frac{1}{2}\right) + 2x = \frac{5}{2}$$

$$3x - \frac{3}{2} + 2x = \frac{5}{2}$$

$$5x = \frac{5+3}{2} = 4$$

$$x = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3x}{5} - 13 = \frac{7x}{10} - \frac{2}{5}$$

$$\frac{6x-7x}{10} = \frac{-2+65}{5}$$

$$-x = \frac{63}{5} \times 10$$

$$x = -126$$

$$\frac{18}{30}x = \frac{21}{35} \Rightarrow \frac{3}{5}x = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{3}{5} \times \frac{5}{3}$$

$$x = 1$$

3.32 Résoudre :

1)

$$\frac{9x+7}{2} - \frac{8x+7}{3} = 3x-14$$

$$\frac{27x+21-16x-14-18x+84}{6} = 0$$

$$-7x = -91$$

$$x = \underline{\underline{13}}$$

2)

$$x+3 - \frac{6x+2}{3} = \frac{14}{6} - x$$

$$\frac{6x+18-12x-4-14+6x}{6} = 0$$

$$0x = 0$$

Cette équation est vraie, quelle que soit la valeur de x !

3)

$$\frac{x+7}{3} - \frac{x-9}{5} = 3 + \frac{3x-16}{15}$$

$$\frac{5x+35-3x+27-45-3x+16}{15} = 0$$

$$-x = 33$$

$$x = \underline{\underline{-33}}$$

4)

$$\frac{4x-10}{9} - \frac{5x-1}{6} = 3 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{8x-20-15x+3-54-6}{18} = 0$$

$$-7x = 77$$

$$x = \underline{\underline{-11}}$$

5)

$$\frac{x-30}{3} + \frac{(x+1)(x-5)}{6} + \frac{(x-2)^2}{2} = \frac{(x+3)(4x-1)}{6}$$

$$\frac{2x-60+x^2-4x-5+3x^2-12x+12-4x^2-11x+3}{6}$$

$$-25x = 50$$

$$x = \underline{\underline{-2}}$$

Fractions littérales :

$$\frac{x}{5} + \frac{5}{x} = \frac{x^2 + 25}{5x}$$

$$\frac{2}{5-x} + \frac{1}{x} = \frac{2x+1 \cdot (5-x)}{(5-x) \cdot x} = \frac{2x+5-x}{x \cdot (5-x)} = \frac{x+5}{x \cdot (5-x)}$$

$$\frac{5}{ab} + \frac{3}{bc} = \frac{5c+3a}{abc}$$

$$\frac{2}{ab^2} + \frac{7}{b^2c} - \frac{5}{ac} = \frac{2c+7a-5b^2}{ab^2c}$$

79 Écrire sous la forme la plus simple possible 

l'expression : $\frac{1 - \frac{1}{n+1}}{1 + \frac{1}{n-1}}$.

$$E = \frac{1 - \frac{1}{n+1}}{1 + \frac{1}{n-1}} = \frac{\frac{n+1-1}{n+1}}{\frac{n-1+1}{n-1}} = \frac{\frac{n}{n+1}}{\frac{n}{n-1}} = \frac{n}{n+1} \times \frac{n-1}{n} = \frac{n-1}{n+1}$$