Les identités remarquables - Résumé

La 1[ère] identité remarquable : développer

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Pourquoi ?

$$(a+b)^2 = (a+b)\times(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exemples :

$$(3+4)^2 = 3^2 + 2\cdot 3\cdot 4 + 4^2 = 9 + 24 + 16 = 49 \quad \left(= 7^2\right)$$

$$(x+1)^2 = x^2 + 2\cdot x\cdot 1 + 1^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(2x+3)^2 = 4x^2 + 2\cdot 2x\cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$\left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 + 2\cdot\frac{2}{3}x\cdot\frac{3}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{9}{25}$$

La 2[ème] identité remarquable : développer

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Pourquoi ?

$$(a-b)^2 = (a-b)\times(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemples :

$$(7-4)^2 = 7^2 - 2\cdot 7\cdot 4 + 4^2 = 49 - 56 + 16 = 9 \quad \left(= 3^2\right)$$

$$(x-1)^2 = x^2 - 2\cdot x\cdot 1 + 1^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$(2x-3)^2 = 4x^2 - 2\cdot 2x\cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 - 2\cdot\frac{2}{3}x\cdot\frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 - x + \frac{9}{16}$$

La 3[ème] identité remarquable : développer

$$(a+b)\times(a-b) = a^2 - b^2$$

Pourquoi ?

$$(a+b)\times(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$

Exemples :

$$(7+4)\times(7-4) = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33 \quad (= 11\cdot 3)$$

$$(x+1)\times(x-1) = x^2 - 1$$

$$(2x+3)\times(2x-3) = 4x^2 - 9$$

$$\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}\right) = \frac{4}{9}x^2 - \frac{9}{16}$$

Factoriser une identité remarquable :

Factoriser, c'est faire d'une somme un produit

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

a^2 est le carré de a
b^2 est le carré de b
On vérifie le terme du milieu qui est $2\cdot a\cdot b$, donc $2ab$
On a à faire à la $1^{\text{ère}}$ identité remarquable ($2^{\text{ème}}$ terme positif)

$x^2-4x+4=(x-2)^2$

x^2 est le carré de x
4 est le carré de 2
On vérifie le terme du milieu qui est $2\cdot 2\cdot x$, donc $4x$
On a à faire à la $2^{\text{ème}}$ identité remarquable ($2^{\text{ème}}$ terme négatif)

$4x^4-12x^2+9=\left(2x^2-3\right)$

$4x^4$ est le carré de $2x^2$
9 est le carré de 3
On vérifie le terme du milieu qui est $2\cdot 2x^2\cdot 3$, donc $12x^2$
On a à faire à la $2^{\text{ème}}$ identité remarquable ($2^{\text{ème}}$ terme négatif)

$$\frac{1}{16}x^4-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{9}=\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}\right)^2$$

$\frac{1}{16}x^4$ est le carré de $\frac{1}{4}x^2$
$\frac{4}{9}$ est le carré de $\frac{2}{3}$
On vérifie le terme du milieu qui est $2\cdot\frac{1}{4}x^2\cdot\frac{2}{3}$, donc $\frac{1}{3}x^2$
On a à faire à la $2^{\text{ème}}$ identité remarquable ($2^{\text{ème}}$ terme négatif)

Remarque : si le terme du milieu ne correspond pas à $2ab$, cela signifie qu'on n'a pas à faire à une identité.

$$9x^4-\frac{16}{25}=\left(3x^2+\frac{4}{5}\right)\times\left(3x^2-\frac{4}{5}\right)$$

$9x^4$ est le carré de $3x^2$
$\frac{16}{25}$ est le carré de $\frac{4}{5}$

On a à faire à la $3^{\text{ème}}$ identité remarquable a^2-b^2 et il reste à calculer $a+b$ et $a-b$

$a+b\equiv 3x^2+\frac{4}{5}$

$a-b\equiv 3x^2-\frac{4}{5}$