

Les fractions - Résumé

Addition et soustraction de fractions avec même dénominateur:

1. Additionner et soustraire les numérateurs
2. Conserver le dénominateur commun
3. Si possible, simplifier la réponse

$$\frac{6}{7} + \frac{11}{7} - \frac{8}{7} + \frac{5}{7} = \frac{6+11-8+5}{7} = \frac{14}{7} = \frac{2 \times 7}{7} = 2$$

Addition et soustraction de fractions avec dénominateurs différents:

1. Chercher le dénominateur commun
2. Additionner et soustraire les nouveaux numérateurs
3. Conserver le dénominateur commun
4. Si possible, simplifier la réponse

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{9+10}{15} = \frac{19}{15}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{50-45+40+36}{60} = \frac{81}{60} = \frac{27}{20}$$

Produits de fractions simples:

1. Etudier le signe de la réponse
2. Simplifier dans la mesure du possible (ici, les 2 termes entre parenthèses)
3. Multiplier tous les numérateurs entre eux
4. Multiplier tous les dénominateurs entre eux

$$\frac{2}{5} \times \frac{-(6)}{7} \times \frac{1}{(3)} = -\frac{2}{5} \times \frac{2}{7} \times 1 = -\frac{2 \times 2}{5 \times 7} = -\frac{4}{35}$$

Produits de fractions complexes:

1. Etudier le signe de la réponse
2. Remplacer les numérateurs et les dénominateurs par un produit de nombres premiers
3. Simplifier un nombre au numérateur avec un même nombre au dénominateur
4. Multiplier tous les numérateurs restant entre eux
5. Multiplier tous les dénominateurs restant entre eux

$$\frac{2}{5} \times \frac{-3}{4} \times \frac{10}{-9} \times \frac{-12}{8} = -\frac{2}{5} \times \frac{3}{2 \times 2} \times \frac{2 \times 5}{3 \times 3} \times \frac{2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 2} = -\frac{1}{2}$$

Division d'une fraction par une fraction:

1. Etudier le signe de la réponse
2. Simplifier chaque fraction à sa plus simple expression
3. Multiplier la fraction du numérateur par la fraction inversée du dénominateur
4. Réécrire chaque numérateur et chaque dénominateur avec ses nombres premiers
5. Simplifier un nombre au numérateur avec un nombre au dénominateur
6. Multiplier tous les numérateurs restant entre eux
7. Multiplier tous les dénominateurs restant entre eux

$$\frac{-10}{4} \div \frac{2}{15} = -\frac{5}{2} \div \frac{2}{15} = -\frac{5}{2} \times \frac{15}{2} = -\frac{5}{2} \times \frac{3 \times 5}{2 \times 2} = -\frac{75}{4}$$

Division complexe:

1. Résoudre d'abord la division des fractions du numérateur et la division des fractions du dénominateurs chacune pour elles, en simplifiant si possible.
2. Procéder comme au point précédent, dès le numéro 2.

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{2} - \frac{5}{3}} = -\frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}}{\frac{14}{6} - \frac{10}{6}} = -\frac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{6}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{6} \times \frac{6}{11}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{11}} = \frac{3}{4} \times \frac{11}{1} = \frac{3}{4} \times 11 = \frac{33}{4}$$

Multiplication, division, addition et soustraction combinées:

Ici, la règle est : **Priorité des opérations**. En premier lieu, résoudre les parenthèses, puis effectuer les multiplications et divisions, enfin les additions et soustractions.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{1}{2} - \frac{3 \times 2 \times 4}{4 \times 3 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{3-4}{6} = \frac{-1}{6} \\ \text{b)} \quad & \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6} \right) \times \frac{30}{28} = \frac{3-10}{12} \times \frac{15}{14} = -\frac{7}{3 \times 4} \times \frac{3 \times 5}{2 \times 7} = -\frac{5}{8} \end{aligned}$$

Recherche du dénominateur commun complexe:

Calculer $\frac{7}{24} + \frac{4}{15} - \frac{11}{36}$

1. Il faut tout d'abord rechercher les facteurs premiers des dénominateurs :

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3 \quad 15 = 3 \times 5 \quad 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$

$$\frac{7}{24} + \frac{4}{15} - \frac{11}{36} = \frac{7}{2^3 \times 3} + \frac{4}{3 \times 5} - \frac{11}{2^2 \times 3^2}$$

2. Le dénominateur commun reprend TOUS les facteurs premiers de TOUS les dénominateurs, avec leur plus grand exposant (la plus grande puissance du nombre).

$$\text{Le dénominateur commun est donc : } 2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = (5 \cdot 8) \times 9 = 40 \times 9 = 360$$

$$24 \text{ a été multiplié par } 3 \times 5 \quad \frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{2^3 \times 3} \quad \text{Ce qui correspond à } \frac{360}{24}$$

$$15 \text{ a été multiplié par } 2^3 \times 3 \quad \frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{3 \times 5} \quad \text{Ce qui correspond à } \frac{360}{15}$$

$$36 \text{ a été multiplié par } 2 \times 5 \quad \frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{2^2 \times 3^2} \quad \text{Ce qui correspond à } \frac{360}{36}$$

3. L'addition devient donc :

$$\frac{7}{24} + \frac{4}{15} - \frac{11}{36} = \frac{7 \times 3 \times 5 + 4 \times 2^3 \times 3 - 11 \times 2 \times 5}{360} = \frac{105 + 96 - 110}{360} = \frac{91}{360}$$