Chapitre 5, Livre 4ème

Equations du 1er degré à une inconnue – Résolutions S3

15 **a)** $x+5=25$; **b)** $6+y=-5$;
c) $-6+a=7$; **d)** $t-12=-7$.

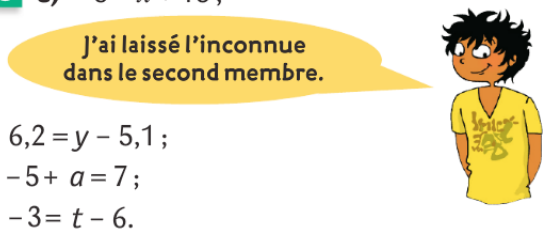
$a)\ x+5=25$
$x=25-5=20$

$b)\ 6+y=-5$
$y=-5-6=-11$

$c)\ -6+a=7$
$a=7+6=13$

$d)\ t-12=-7$
$t=-7+12=5$

16 **a)** $-5=x+15$;



b) $6{,}2=y-5{,}1$;
c) $-5+a=7$;
d) $-3=t-6$.

$a)\ -5=x+15$
$-5-15=x$
$x=-20$

$b)\ 6{,}2=y-5{,}1$
$6{,}2+5{,}1=y$
$y=11{,}3$

$c)\ -5+a=7$
$a=7+5=12$

$d)\ -3=t-6$
$-3+6=t$
$t=3$

Rem : on peut changer le côté des deux termes d'une égalité sans changer les valeurs ou le signe :

Exemple : $-20=x$ est identique à $x=-20$

17 **a)** $3x=27$; **b)** $6y=-54$;
c) $-7=14a$; **d)** $-3t=-12$.

$a)\ 3x=27$
$x=\frac{27}{3}=9$

$b)\ 6y=-54$
$y=-\frac{54}{6}=-9$

$c)\ -7=14a$
$a=-\frac{7}{14}=-\frac{1}{2}$

$d)\ -3t=-12$
$t=\frac{-12}{-3}=4$

18 **a)** $\frac{x}{2}=25$; **b)** $\frac{y}{3}=-4$;
c) $\frac{3}{5}=\frac{a}{5}$; **d)** $\frac{t}{15}=-\frac{1}{6}$.

$a)\ \frac{x}{2}=25$
$x=2\cdot 25=50$

$b)\ \frac{y}{3}=-4$
$y=-4\cdot 3=-12$

$c)\ \frac{3}{5}=\frac{a}{5}$
$a=3$

$d)\ \frac{t}{15}=-\frac{1}{6}$
$t=-\frac{1}{6}\cdot 15=-\frac{5}{2}$

Rem : dans l'exercice c), il suffit de supprimer les 2 dénominateurs (ce qui revient à multiplier les deux termes par 5) pour trouver la réponse.

23 **1)** On considère l'égalité : $5(2z-1)=-2$.
a) Développer son premier membre.
b) Résoudre alors l'équation : $5(2z-1)=-2$.
2) Résoudre chacune des équations suivantes :
a) $3(x+7)=4$; **b)** $4a=7(2a-1)$.

1)
$5(2z-1)=-2$
$10z-5=-2$
$10z=-2+5=3$
$z=\frac{3}{10}$

2
$a)\ 3(x+7)=4$
$3x+21=4$
$3x=4-21=-17$
$x=-\frac{17}{3}$

$b)\ 4a=7(2a-1)$
$4a=14a-7$
$7=14a-4a=10a$
$a=\frac{7}{10}$

Rem :
1. Pour chaque problème, on indiquera, comme point de départ, ce que représente l'inconnue x.
2. On posera ensuite l'équation représentant le problème.
3. On résoudra alors cette équation.
4. On indiquera enfin la ou les solutions du problèmes (ce qui est la réponse à la question posée).

30 Dans un troupeau de 84 moutons, il y a deux fois plus de brebis que de béliers et deux fois plus d'agneaux que de brebis.
- Quel est le nombre de béliers de ce troupeau ?

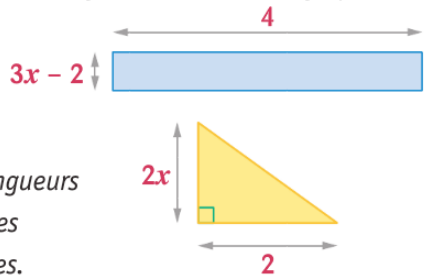
Soit x, le nombre de béliers
Soit $2x$, le nombre de brebis
Soit $2 \cdot 2x = 4x$, le nombre d'agneaux :

$$x + 2x + 4x = 84$$
$$7x = 84$$
$$x = \frac{84}{7} = 12$$

Il y a 12 béliers.

Vérification : $12 + 2 \cdot 12 + 4 \cdot 12 = 12 = 24 + 48 = 84$

31 Déterminer le nombre x pour que l'aire du rectangle bleu soit égale à celle du triangle jaune.



Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

$$4(3x - 2) = \frac{2 \cdot 2x}{2} \quad -> \quad 12x - 8 = 2x$$
$$10x = 8 \quad -> \quad x = \frac{8}{10} = 0{,}8$$

Lorque x vaut 0,8 cm l'aire du rectangle bleu est égal à l'aire du triangle jaune.

Vérification : $4(3 \cdot 0{,}8 - 2) = \frac{2 \cdot 2 \cdot 0{,}8}{2}$
$4 \cdot 0{,}4 = 2 \cdot 0{,}8 = 1{,}6$

32 Loïc et Sahra collectionnent les albums de Tintin. Sahra en a le triple de Loïc.
Loïc en possède 12 de moins que Sahra.
- Combien d'albums de Tintin possède Loïc ?

Soit x, le nombre d'albums de Loïc
Soit $3x$, le nombre d'albums de Sahra :

$$x + 12 = 3x$$
$$12 = 3x - x = 2x$$
$$x = \frac{12}{2} = 6$$

Loïc a 6 albums et Sahra en a 18.

Vérification : $6 + 12 = 3 \cdot 6 = 18$

44 **a)** $5(3 - 2x) = -(4x + 1)$;
b) $-2(3 + x) + 2x = 6(x + 2)$.

$$a)\ 5(3 - 2x) = -(4x + 1)$$
$$15 - 10x = -4x - 1$$
$$-10x + 4x = -1 - 15$$
$$-6x = -16$$
$$x = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$$b)\ -2(3 + x) + 2x = 6(x + 2)$$
$$-6 - 2x + 2x = 6x + 12$$
$$-6x = 12 + 6 = 18$$
$$x = \frac{18}{-6} = -3$$

56 Au supermarché, Mercedes a acheté 3 lots contenant chacun 4 tablettes de chocolat et un paquet de bonbons. Chaque paquet de bonbons coûte 1,70 €. Mercedes paie en tout 35,10 €.
On désigne par x le prix d'une tablette de chocolat.
1) Exprimer en fonction de x le prix d'un lot.
2) Mettre en équation le problème.
3) Déterminer le prix d'une tablette de chocolat.

Soit x, le prix de la tablette de chocolat :

$$4x+1,70=\frac{35,10}{3}$$
$$4x=11,70-1,70=10$$
$$x=\frac{10}{4}=2,5$$

La tablette de chocolat coûte 2,50 €.

Vérification : $3\cdot\left(4\cdot 2,50+1.70\right)=35,10$
$3\cdot\left(10+1,70\right)=3\cdot 11,70=35,10$

59 Éric a 43 ans aujourd'hui. Il dit à son fils Joshua : « Dans 27 ans, j'aurai le double de ton âge. »
On désigne par x l'âge actuel de Joshua.
1) a) Quel sera l'âge du père dans 27 ans ?
b) Exprimer en fonction de x l'âge du fils dans 27 ans.
c) En déduire une équation vérifiée par le nombre x.
2) Résoudre cette équation pour déterminer l'âge actuel de Joshua.

Soit x, l'âge actuel de Joshua

1a) Dans 27 ans, Eric aura 43 + 27 =70 ans
1b) Dans 27 ans, Joshua aura x + 27 ans
1c) $2\left(x+27\right)=70$

2) $2\left(x+27\right)=70$
$2x+54=70$
$2x=70-54=16$
$x=8$

Aujourd'hui, Joshua à 8 ans.

Vérification : $2\left(8+27\right)=2\cdot 35=70$

60 Résoudre chaque équation.
a) $3(2x-7)=-2(5x+4)-10$;
b) $5(3-6x)+20x=7(2-4x)$.

$a)\ 3\left(2x-7\right)=-2\left(5x+4\right)-10$
$6x-21=-10x-8-10$
$6x+10x=-8-10+21$
$16x=3$
$x=\frac{3}{16}$

$b)\ 5\left(3-6x\right)+20x=7\left(2-4x\right)$
$15-30x+20x=14-28x$
$-30x+20x+28x=14-15$
$18x=-1$
$x=-\frac{1}{18}$

61 Résoudre chaque équation.
a) $-3(3x+1)-(2+x)=0$;
b) ~~$4(x-5)+7(3-2x)=-5(3x+1)$.~~

Pour ces 2 calculs, nous allons effectué la vérification, non pas pour la vérification elle-même, mais pour le calcul, qui est un excellent rappel du chapitre 3, « Les fractions ».

$a)\ -3\left(3x+1\right)-\left(2+x\right)=0$
$-9x-3-2-x=0$
$-9x-x=2+3$
$-10x=5$
$x=-\frac{5}{10}=-\frac{1}{2}$

Vérification :
$-3\left[3\left(-\frac{1}{2}\right)+1\right]-\left[2+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]=0$
$-3\left(-\frac{3}{2}+1\right)-2+\frac{1}{2}=0$
$\frac{9}{2}-3-2+\frac{1}{2}=0$
$\frac{10}{2}-5=5-5=0$

Suite :

61 Résoudre chaque équation.

~~**a)** $3(3x+1)-(2+x)=0$;~~

b) $4(x-5)+7(3-2x)=-5(3x+1)$.

$b)\ 4(x-5)+7(3-2x)=-5(3x+1)$

$4x-20+21-14x=-15x-5$

$4x-14x+15x=-5+20-21$

$5x=-6$

$x=-\frac{6}{5}$

Vérification :

$$4\left(-\frac{6}{5}-5\right)+7\left[3-2\left(-\frac{6}{5}\right)\right]=-5\left[3\left(-\frac{6}{5}\right)+1\right]$$

$$4\frac{-6-25}{5}+7\frac{15+12}{5}=-5\frac{-18+5}{5}$$

$$\frac{4\cdot(-31)}{5}+\frac{7\cdot 27}{5}=\frac{-5\cdot(-13)}{5}$$

Supprimons le dénominateur 5 (ce qui revient à multiplier tous les termes par 5) :

$$4\cdot(-31)+7\cdot 27=-5\cdot(-13)$$

$$-124+189=65$$

$$-5\cdot(-13)=65$$

70 Maéva va faire ses courses de Noël.

Elle achète une boîte de chocolats, du foie gras, une glace à la pistache et un pain au sésame.

La boîte de chocolats coûte 5 € de plus que la glace.

Le foie gras coûte 4 fois plus cher que la boîte de chocolats et le pain coûte 2,40 €.

Maéva donne un billet de 100 € et on lui rend 21,60 €.

- Quels sont les prix de la boîte de chocolats, de la glace et du foie gras ?

Soit x, le prix de la glace :

Soit $x+5$, le prix du chocolat :

Soit $4\cdot(x+5)=4x+20$, le prix du foie gras :

$$x+(x+5)+4\cdot(x+5)+2,40=100-21,60=78,40$$

$$x+x+4x=78,40-5-20-2,40$$

$$6x=51,00$$

$$x=\frac{51,00}{6}=8,50$$

La glace coûte 8,50 €
Le chocolat coûte 8,50 + 5 = 13,50 €
Le foie gras coûte 4·13,50 = 54,00 €

Vérification :

$$8,50+13,50+54,00+2,40=100-21,60$$

71 « Aujourd'hui, ma mère a trois fois mon âge. Dans 12 ans, elle aura deux fois l'âge que j'aurai. » dit Camille.

• Quel est l'âge actuel de Camille et celui de sa mère ?

Soit x, l'âge de Camille aujourd'hui :
Soit $3x$, l'âge de sa maman, aujourd'hui :

Soit $x+12$, l'âge de Camille dans 12 ans :
Soit $3x+12$, l'âge de sa maman, dans 12 ans :

Posons l'équation de leur âge, dans 12 ans :

$$2\cdot(x+12)=3x+12$$
$$2x+24=3x+12$$
$$2x-3x=12-24$$
$$-x=-12$$
$$x=12$$

Aujourd'hui, Camille a 12 ans et sa maman 36 ans.

Vérification : $2\cdot(12+12)=36+12$
$2\cdot 24=36+12=48$

En d'autres termes, dans 12 ans Camille aura 24 ans et sa maman 48 ans, ce qui est bien le double de l'âge de sa fille.

72 Alphonse a fait une randonnée de 60 km sur 4 jours. Le deuxième jour, il a fait 10 km de moins que le premier jour. Le troisième jour, il a fait $\frac{3}{4}$ du reste de la randonnée.
Enfin, il a parcouru 5 km le dernier jour.

1) Quelle distance Alphonse a-t-il parcourue le troisième jour ?

2) En déduire la distance parcourue par Alphonse le premier jour.

Soit x, les km parcourus le 1er jour :
Soit x-10, les km parcourus le 2ème jour :
Soit $\frac{3}{4}\left[60-x-(x-10)\right]$, les km parcourus le 3è jour :

$$x+(x-10)+\frac{3}{4}\left[60-x-(x-10)\right]+5=60$$
$$x+x-10+\frac{3}{4}(70-2x)+5=60$$
$$x+x-10+\frac{210}{4}-\frac{6}{4}x+5=60$$
$$4x+4x-40+210-6x+20=240$$
$$2x=240-210-20+40=50$$
$$x=25$$

Le 1er jour, Alphonse a parcouru 25 km

Le 2ème jour, il a parcouru 15 km
Il reste alors 60 – 25 – 15 = 20 km
Le 3ème jour, il fait les ¾ du reste, à savoir 15 km
Le 4ème jour, il parcourt 5 km

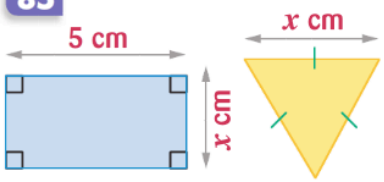
Vérification : 25+15+15+5=60 km

72 **1)** Puisqu'il a parcouru $\frac{3}{4}$ du reste de la randonnée le troisième jour, il a parcouru $\frac{1}{4}$ du reste le quatrième jour.
Il a donc parcouru 3 fois plus de kilomètres le troisième jour que le quatrième, soit 15 km.
2) Les deux premiers jours, il a parcouru :
60 – (15 + 5) = 40 km
Il a donc parcouru 25 km le premier jour et 15 km le second jour.

Attention : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

	A	B	C	Si échec, revoir :
77 Résoudre une équation d'inconnue x, c'est	remplacer x par un nombre	trouver une solution	trouver toutes les solutions	p. 79
78 L'équation $5x = 4^2$ est	de degré 0	de degré 1	de degré 2	p. 79
79 L'égalité $x(x+1) = 3 - x$ est vraie pour :	$1(1+1) = 3 - 1$ $x = 1$	$x = -1$	$-3(-3+1) = 3 - (-3)$ $x = -3$	p. 79
80 Le nombre x est tel que : $45 + x = 12$. Donc :	$x = 45 - 12$	$x = \frac{12}{45}$	$x = 12 - 45$	p. 79 p. 81
81 Le nombre x est tel que : $9x = -3$. Donc :	$x = -3 - 9$	$x = -\frac{1}{3}$	$x = \frac{-3}{9}$	p. 79 p. 81

Pour les exercices 82 et 83, on considère le problème suivant :
Lorsque l'on ajoute 4 au double d'un nombre x, on obtient -3.

82 Ce nombre x vérifie l'égalité :	$(x+4) \times 2 = -3$	$2x + 4 = -3$	$\frac{x}{2} + 4 = -3$	p. 82
83 Le nombre x cherché est :	$-3,5$	2,5	3,5	p. 81
84 Lorsque je multiplie par trois un nombre x, j'obtiens le même résultat qu'en lui retranchant 8.	Ce problème n'a pas de solution.	Ce problème a une seule solution.	$3x = x - 8$ Ce problème a pour solution $x = -4$.	p. 82
85  Le périmètre du rectangle est égal au périmètre du triangle.	$2(5+x) = 3x \rightarrow 10 = 3x - 2x = x$ x peut être un nombre positif.	x peut être un nombre négatif.	x peut être un nombre décimal.	p. 82
86 Dans un panier de 53 fruits, il n'y a que des pommes et des poires. Il y a cinq fois plus de pommes que de poires moins une. En notant x le nombre de poires, on a :	$6x - 1 = 53$ $x + (5x - 1) = 53$ $6x = 54$ $x = 9$	$6x - 6 = 53$	$x = 44$	p. 82

→corrigés : voir page 285