

## Chapitre 4, Livre 4<sup>ème</sup>

### Calcul littéral – Résolutions S3

**22** En justifiant chaque réponse, préciser si les expressions littérales sont égales ou non.

a)  $A_1 = x(3x + 2) - 4$  et  $A_2 = 3x^2 - 2(x + 2)$  ;

b)  $B_1 = 4(x - 2) + 5x^2$  et  $B_2 = (5x + 4)x - 8$ .

$$A_1 = x(3x + 2) - 4 = 3x^2 + 2x - 4$$

$$A_2 = 3x^2 - 2(x + 2) = 3x^2 - 2x - 4$$

a) Une fois développées, les 2 expressions ne sont pas égales : les 2 termes en  $x^1$  n'ont pas le même signe.

$$B_1 = 4(x - 2) + 5x^2 = 5x^2 + 4x - 8$$

$$B_2 = (5x + 4)x - 8 = 5x^2 + 4x - 8$$

b) Une fois développées, les 2 expressions sont égales.

**23** On considère ce programme de calcul :

- On choisit un nombre relatif.
- On lui ajoute 3.
- On multiplie par 2 le résultat.
- Enfin, on soustrait 6.

1) Effectuer ce programme de calcul en choisissant comme nombre initial :

a) 8 ;      b) -5 ;      c) 5,3 ;      d) -1,25.

2) Que peut-on remarquer ?

3) On désigne par  $x$  le nombre initial choisi.

a) Exprimer en fonction de  $x$  le résultat de ce programme de calcul.

b) Justifier la conjecture de la question 2).

1)

$$a = (8 + 3) \cdot 2 - 6 = 11 \cdot 2 - 6 = 22 - 6 = 16$$

$$b = (-5 + 3) \cdot 2 - 6 = -2 \cdot 2 - 6 = -4 - 6 = -10$$

$$c = (5,3 + 3) \cdot 2 - 6 = 8,3 \cdot 2 - 6 = 16,6 - 6 = 10,6$$

$$d = (-1,25 + 3) \cdot 2 - 6 = 1,75 \cdot 2 - 6 = 3,5 - 6 = -2,5$$

2) On remarque que la réponse est le double du nombre initial.

3) Soit  $x$ , le nombre initial :

$$3a) (x + 3) \cdot 2 - 6 = 2x + 6 - 6 = 2x$$

Ainsi, notre programme se simplifie et revient à multiplier le nombre de départ par 2 !

3b) Le résultat obtenu ( $2x$ ) est bien le double de  $x$ .

Remarque :

**dans ce genre d'exercice, il faut  
TOUJOURS commencer en prenant  $x$   
comme nombre de départ.**

Les calculs s'en trouvent simplifiés et sont beaucoup plus rapides. De plus, les risques d'erreur sont moindres.

Exemple avec  $x = -1,25$  :  $2x = 2 \cdot (-1,25) = -2,5$

**24** 1) Développer et réduire l'expression :

$$B = 4x(3x - 5) - 5x + 7$$

2) Tester la réponse pour  $x = -1$ .

$$1) \quad B = 4x(3x - 5) - 5x + 7 \\ = 12x^2 - 20x - 5x + 7 = 12x^2 - 25x + 7$$

$$B_1 = 4(-1) \cdot (3 \cdot (-1) - 5) - 5 \cdot (-1) + 7$$

$$2) \quad = -4 \cdot (-8) + 5 + 7 = 32 + 5 + 7 = 44$$

$$B_2 = 12(-1)^2 - 25(-1) + 7 = 12 + 25 + 7 = 44$$

Le test, consistant à vérifier si les 2 expressions sont toujours égales après développement, est réussi ! Cela signifie que notre développement est correct.

Pour les exercices suivants, nous nous abstenons  
de vérifier le développement.  
Nous nous contenterons de faire  
un développement... correct !

- 28 1)** Développer, puis réduire l'expression :

$$C = (3x + 3)(4x - 6)$$

- 2)** Tester la réponse pour  $x = 0$ , puis pour  $x = 1$ .

$$\begin{aligned} C &= (3x + 3)(4x - 6) \\ &= 12x^2 - 18x + 12x - 18 = 12x^2 - 6x - 18 \end{aligned}$$

- 29 1)** Développer, puis réduire l'expression :

$$D = (x - 7)(5x + 11)$$

- 2)** Calculer la valeur de  $D$  pour  $x = 7$ .

$$\begin{aligned} D &= (x - 7)(5x + 11) \\ &= 5x^2 + 11x - 35x - 77 = 5x^2 - 24x - 77 \end{aligned}$$

- 31 1)** Développer, puis réduire l'expression :

$$F = 4(7 - 5a) + 5(2a - 3)$$

- 2)** Calculer la valeur de  $F$  pour  $a = \frac{3}{10}$ .

$$\begin{aligned} F &= 4(7 - 5a) + 5(2a - 3) \\ &= 28 - 20a + 10a - 15 = -10a + 13 \end{aligned}$$

Contrairement à ce qui a été dit à la page précédente, il est ici intéressant de vérifier ces 2 expressions, afin de

**démontrer que l'expression réduite est la plus simple :**

Vérifions l'expression de départ :

$$\begin{aligned} F &= 4\left(7 - 5 \cdot \frac{3}{10}\right) + 5\left(2 \cdot \frac{3}{10} - 3\right) \\ &= 4\left(7 - \frac{3}{2}\right) + 5\left(\frac{3}{5} - 3\right) = 28 - 4 \cdot \frac{3}{2} + 5 \cdot \frac{3}{5} - 15 \\ 28 - 6 + 3 - 15 &= 10 \end{aligned}$$

Vérifions maintenant l'expression réduite :

$$F = -10 \cdot \frac{3}{10} + 13 = -3 + 13 = 10$$

Nous voyons clairement ici que l'expression réduite facilite grandement le calcul (qui consiste à remplacer une variable par une valeur).

- 32 1)** Développer, puis réduire l'expression :

$$G = 3(5a - 2)(1 + 4a)$$

- 2)** Tester la réponse pour deux valeurs de  $a$ .

J'ai regroupé les deux premiers facteurs.

$$\begin{aligned} G &= 3(5a - 2)(1 + 4a) = (15a - 6)(1 + 4a) \\ &= 15a + 60a^2 - 6 - 24a = 60a^2 - 9a - 6 \end{aligned}$$

Pour résoudre cette expression, nous avons au préalable multiplier la 1ère parenthèse par 3, puis multiplier ce résultat par la 2ème parenthèse.

Nous aurions pu procéder autrement : multiplier d'abord les 2 parenthèses, puis multiplier le résultat par 3 :

$$\begin{aligned} G &= 3(5a - 2)(1 + 4a) = 3(5a + 20a^2 - 2 - 8a) \\ &= 3(20a^2 - 3a - 2) = 60a^2 - 9a - 6 \end{aligned}$$

- 35** Abdel plante des tulipes rouges, roses et jaunes.

Il y a 6 tulipes rouges de plus que les jaunes.

Il y a 6 tulipes roses de moins que les jaunes.



On note  $x$  le nombre de tulipes jaunes.

- 1) a)** Écrire une expression littérale  $D$  qui permet de calculer le nombre total de tulipes.

**b)** Réduire cette expression littérale.

- 2)** En tout, Abdel a planté 510 tulipes.

**a)** Écrire une égalité vérifiée par le nombre  $x$ .

**b)** Combien de tulipes de chaque couleur Abdel a-t-il plantées ?

Soit  $x$ , le nombre de tulipes jaunes

Soit  $x + 6$ , le nombre de tulipes rouges

Soit  $x - 6$ , le nombre de tulipes roses

1. Calculons le nombre de tulipes :

$$N = x + (x + 6) + (x - 6) = 3x$$

2. a)  $3x = 510$

$$b) x = \frac{510}{3} = 170$$

Il y a donc 170 tulipes jaunes, 176 tulipes rouges et 164 tulipes roses.

**36** Un rectangle a pour longueur le triple de sa largeur. On note  $\ell$  sa largeur exprimée en centimètres.

- 1) a) Écrire une expression littérale  $E$  qui permet de calculer le périmètre de ce rectangle.
- b) Réduire cette expression littérale.
- 2) Le périmètre de ce rectangle est 40 cm.
- a) Écrire une égalité vérifiée par le nombre  $\ell$ .
- b) Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

Soit  $l$ , la largeur du rectangle

Soit  $3l$ , la longueur du rectangle

$$1a) P = 2 \cdot (l + 3l)$$

$$1b) P = 2 \cdot (l + 3l) = 2 \cdot 4l = 8l$$

$$2a) 8l = 40 \text{ cm}$$

$$2b) l = \frac{40}{8} = 5 \text{ cm}$$

La largeur du rectangle est de 5 cm

La longueur du rectangle est de  $3 \times 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$

**45** Factoriser chaque expression.

- a)  $5x + 5$ ;      b)  $7y - 7$ ;      c)  $z^2 + z$ ;
- d)  $-3a + 3$ ;    e)  $c^2 - c$ ;      f)  $3a^2 + 3a$ .

$$a) 5x + 5 = 5(x + 1)$$

$$b) 7y - 7 = 7(y - 1)$$

$$c) z^2 + z = z(z + 1)$$

$$d) -3a + 3 = -3(a - 1)$$

$$e) c^2 - c = c(c - 1)$$

$$f) 3a^2 + 3a = 3a(a + 1)$$

**55** Trois amies possèdent ensemble 238 CD.

Claire possède 2 fois plus de CD que Mylène.

Mylène en possède 2 fois plus que Neyla.

On note  $x$  le nombre de CD que possède Neyla.

- 1) Écrire une égalité vérifiée par le nombre  $x$ .
- 2) Combien de CD possède chacune de ces amies ?

Soit  $x$ , le nombre de CD de Neyla

Soit  $2x$ , le nombre de CD de Mylène

Soit  $4x$ , le nombre de CD de Claire

$$1. \quad x + 2x + 4x = 7x = 238$$

$$7x = 238$$

$$2. \quad x = \frac{238}{7} = 34$$

Neyla a 34 DC

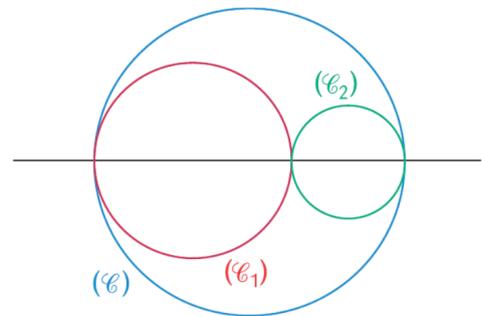
Mylène à  $2 \times 34$  CD = 68 CD

Claire à  $2 \times 68$  CD = 136 CD

Vérification :  $34 + 68 + 136 = 238$  CD

**59** La figure ci-dessous est constituée de trois cercles. Chaque cercle a un seul point commun avec chacun des deux autres.

Les centres des trois cercles sont alignés.



- Montrer que la longueur du cercle  $(C)$  est égale à la somme des longueurs des cercles  $(C_1)$  et  $(C_2)$ .

$D_1$  = diamètre du cercle rouge

$D_2$  = diamètre du cercle vert

$D$  = diamètre du cercle bleu ( $D = D_1 + D_2$ )

$$L_1 + L_2 = \pi \cdot D_1 + \pi \cdot D_2 = \pi \cdot (D_1 + D_2)$$

$$L = \pi \cdot D = \pi \cdot (D_1 + D_2)$$

Ainsi,  $L = L_1 + L_2$

**74** Factoriser chaque expression.

- a)  $5x - 5 \times 6$  ;                      b)  $7y + 14$  ;  
 c)  $a^2 - 4a$  ;                              d)  $-5b + 5$ .

$$a) 5x - 30 = 5x - 5 \cdot 6 = 5(x - 6)$$

$$b) 7y + 14 = 7y + 7 \cdot 2 = 7(y + 2)$$

$$c) a^2 - 4a = a(a - 4)$$

$$d) -5b + 5 = -5(b - 1) \text{ ou } 5(-b + 1)$$

**76** 1) Développer, puis réduire l'expression :

$$A = (2 - 5x)(4x + 3)$$

2) Tester la réponse pour  $x = 0$ , puis pour  $x = 1$ .

$$A = (2 - 5x)(4x + 3)$$

$$= 8x + 6 - 20x^2 - 15x = -20x^2 - 7x + 6$$

**77** Justifier que les expressions littérales  $M = x(3x - 6)$  et  $N = 3(x^2 - 2x)$  sont égales.

Développons ces 2 expressions :

$$M = x(3x - 6) = 3x^2 - 6x$$

$$N = 3(x^2 - 2x) = 3x^2 - 6x$$

Ces 2 expressions littérales sont donc égales.

**80** On considère un disque ( $\mathcal{D}$ ) de rayon  $r$ .

1) Rappeler la formule qui permet de calculer :

a) son périmètre  $\mathcal{P}$  ;                      b) son aire  $\mathcal{A}$ .

2) Le disque ( $\mathcal{D}$ ) a pour rayon 13 cm.

a) Calculer son périmètre arrondi au mm près.

b) Calculer son aire arrondie au  $\text{mm}^2$  près.

$$1 \quad a) \quad P = 2\pi r \quad b) \quad A = \pi r^2$$

$$2 \quad a) \quad P = 2 \cdot \pi \cdot 13 = 81,7 \text{ cm} \quad \text{ou } 817 \text{ mm}$$

$$b) \quad A = \pi \cdot 13^2 = 530,93 \text{ cm}^2 \quad \text{ou } 53'093 \text{ mm}^2$$

**81** 1) Développer et réduire l'expression :

$$B = (6x - 7)(3 - 2x)$$

2) Tester la réponse pour  $x = 0$ , puis pour  $x = 1$ .

$$B = (6x - 7)(3 - 2x)$$

$$= 18x - 12x^2 - 21 + 14x = -12x^2 + 32x - 21$$

**82** On considère ce programme de calcul :

- On choisit un nombre relatif  $x$ .
- On lui ajoute  $-4$ .
- On multiplie par 3 le résultat.
- Enfin, on ajoute 12.

1) Effectuer ce programme de calcul pour :

a)  $x = 2$  ;    b)  $x = -5$  ;    c)  $x = 5,8$  ;    d)  $x = \frac{1}{3}$ .

2) À l'aide du calcul littéral, justifier que ce programme calcule le triple du nombre initial.

Remarque :

**dans ce genre d'exercice, il faut  
TOUJOURS commencer en prenant  $x$   
comme nombre de départ.**

Les calculs s'en trouvent simplifiés et sont beaucoup plus rapides. De plus, les risques d'erreur sont moindres.

Soit  $x$ , le nombre de départ

$$P = (x - 4) \cdot 3 + 12 = 3x - 12 + 12 = 3x$$

Avec cette façon de procéder, nous remarquons immédiatement que le résultat de ce programme est le triple du nombre de départ ! Ainsi, il suffit de multiplier les 4 nombres de départ par 3 pour trouver la réponse du programme.

$$a) \quad 3x = 3 \cdot 2 = 6$$

$$b) \quad 3x = 3 \cdot (-5) = -15$$

$$c) \quad 3x = 3 \cdot 5,8 = 17,4$$

$$d) \quad 3x = 3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$