

CHAPITRE
5

Équations du premier degré à une inconnue

REVOIR

la notion d'égalité.

DÉCOUVRIR

la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue ;
la mise en équation d'un problème concret.

SOCLE COMMUN

SC La résolution d'un problème simple sans contrainte de méthode.



Cette pyramide se trouve dans la cité maya de Chichén Itzá.

La pyramide *El Castillo*, construite il y a plus de 1 000 ans, se situe au Mexique. Les quatre escaliers orientés en direction des points cardinaux comptent tous le même nombre de marches.

Le nombre total de marches ajouté à la plate-forme supérieure (compté comme une marche) est égal à 361.

On note n le nombre de marches d'un seul escalier.

1) Exprimer en fonction de n le nombre total de marches de la pyramide.

2) Quelle égalité vérifie le nombre n ?

3) Tester cette égalité pour des valeurs de n judicieusement choisies entre 50 et 100.

Proposer une valeur possible pour le nombre de marches de chaque escalier de cette pyramide.



SAVOIR FAIRE

1 J'apprends à... Résoudre une équation du premier degré à une inconnue

ÉNONCÉ Résoudre l'équation : $6x + 8 = -3x - 19$.

SOLUTION

J'ajoute $3x$ à chaque membre.

$$6x + 8 = -3x - 19$$

$$6x + 8 + 3x = -3x - 19 + 3x$$

$$9x + 8 = -19$$

$$9x + 8 - 8 = -19 - 8$$

Je soustrais 8 à chaque membre.

$$9x = -27$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{-27}{9}$$

$$x = -3$$

Je divise par 9 chaque membre.



On vérifie que -3 est bien solution de l'équation initiale :

• premier membre : $6 \times (-3) + 8 = -18 + 8 = -10$;

• second membre : $-3 \times (-3) - 19 = 9 - 19 = -10$.

Conclusion : Ces deux membres sont égaux, donc l'équation admet pour solution -3 .

J'applique

SAVOIR FAIRE

2 J'apprends à... Résoudre un problème concret

ÉNONCÉ Sur son MP3, Axel a téléchargé 26 chansons : de rap, de variétés et de rock. Elle a téléchargé une seule chanson de variétés et quatre fois plus de chansons rap que de chansons rock.

- Combien Axel a-t-elle téléchargé de chansons rock ?

SOLUTION

• **Étape 1 : Choix de l'inconnue**

On désigne par x le nombre de chansons rock téléchargées.

• **Étape 2 : Mise en équation du problème**

$$x + 4x + 1 = 26$$

• **Étape 3 : Résolution de l'équation**

$$x + 4x + 1 = 26$$

$$5x + 1 = 26$$

$$5x = 25$$

$$x = 5$$

• **Étape 4 : Vérification**

$$5 + 4 \times 5 + 1 = 26$$

5 est bien solution de l'équation initiale.

• **Étape 5 : Interprétation et conclusion**

5 est un nombre entier positif, cette solution est cohérente.

Axel a donc téléchargé 5 chansons rock.

Axel a téléchargé en tout 26 chansons : x de rock, $4x$ de rap et 1 de variétés.

Le nombre de chansons est obligatoirement un nombre entier positif.



J'applique

1 Je découvre le vocabulaire

x désigne une longueur.

Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

1 a) Exprimer en fonction de x le périmètre du rectangle jaune.

b) Développer, puis réduire l'expression trouvée en 1 a).

c) Le périmètre du rectangle jaune est de 30 cm.

Traduire cette phrase par une égalité en utilisant l'expression trouvée en 1 b).

Dans cette égalité, y a-t-il des termes en x^2 ?

On dit que les termes en x sont d'exposant 1, c'est pourquoi cette égalité est appelée **équation du premier degré à une inconnue**.

d) Tester cette égalité pour $x = 3$, pour $x = 4$, enfin pour $x = 5$.

Tout nombre vérifiant l'égalité est appelé **solution de l'équation**.

Proposer un nombre qui est solution de cette équation.

2 a) Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle jaune.

b) Développer l'expression trouvée au 2 a).

c) L'aire du rectangle est de 65 cm^2 .

Traduire cette phrase par une égalité en utilisant l'expression développée.

Dans cette égalité, y a-t-il des termes en « x exposant 2 »?

Cette égalité est appelée **équation du second degré à une inconnue**.



x^2 se lit « x exposant 2 ».



2 Je résous une équation

Sur la balance en équilibre ci-contre, les boules de Noël ont toutes la même masse m en grammes.

On veut déterminer la masse m d'une boule.

1 Écrire une équation traduisant l'équilibre de la balance du haut.

2 a) Qu'a-t-on fait à l'étape 1?

b) Écrire une nouvelle équation traduisant cet équilibre.

3 a) Qu'a-t-on fait à l'étape 2?

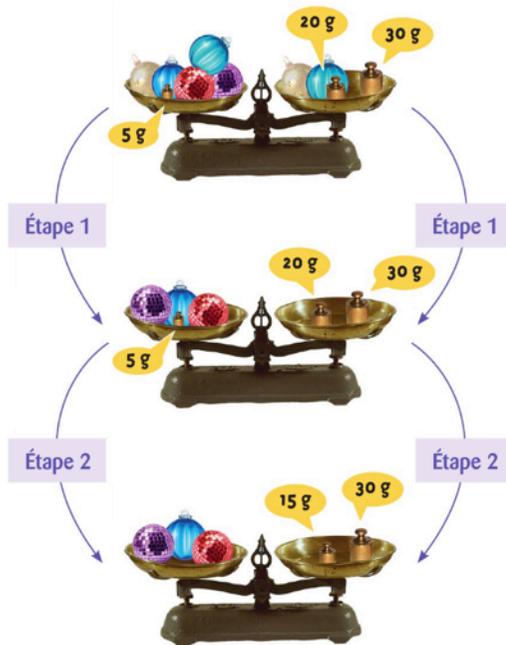
b) Écrire une nouvelle équation traduisant cet équilibre.

c) Résoudre cette dernière équation.

4 a) Quel nombre est solution de l'équation trouvée en 3 b)?

b) Avec ce nombre, tester l'égalité écrite dans la question 1.

À quoi correspond concrètement ce nombre?



Équations du premier degré à une inconnue

DÉFINITION Une équation du premier degré à une inconnue est une égalité dans laquelle intervient un nombre de valeur inconnue. Ce nombre est souvent désigné par une lettre.

EXEMPLE : $3 + 5x = 7$ est une équation d'inconnue x .

$5x$ est le seul terme en x et son exposant est 1.

Donc cette équation est du premier degré.

$$\underbrace{3 + 5x}_{1^{\text{er}} \text{ membre}} = \underbrace{7}_{2^{\text{nd}} \text{ membre}}$$

VOCABULAIRE Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre x qui vérifient l'égalité.

Une solution de l'équation est un nombre qui vérifie l'égalité.

EXEMPLE : On considère l'équation d'inconnue x : $5x + 3 = 3x + 1$.

Le nombre -1 est-il une solution de l'équation?

• Calcul du 1^{er} membre pour $x = -1$: $5 \times (-1) + 3 = -2$

• Calcul du 2nd membre pour $x = -1$: $3 \times (-1) + 1 = -2$

On constate que pour $x = -1$, les deux membres sont égaux.

L'égalité est vérifiée pour $x = -1$, donc le nombre -1 est une solution de cette équation.

PROPRIÉTÉ ADMISE Une égalité vraie reste vraie lorsque l'on ajoute (ou l'on soustrait) un même nombre à chacun de ses membres.

a , b et c désignent des nombres relatifs.

• Si $a = b$, alors $a + c = b + c$.

• Si $a = b$, alors $a - c = b - c$.

EXEMPLES :

• On a l'égalité : $3 = x - 2$.

On ajoute 2 à chacun de ses membres :

$$3 + 2 = x - 2 + 2$$

On obtient l'égalité : $5 = x$.

• On a l'égalité : $6 + x = -2$.

On soustrait 6 à chacun de ses membres :

$$6 + x - 6 = -2 - 6$$

On obtient l'égalité : $x = -8$.

PROPRIÉTÉ ADMISE Une égalité vraie reste vraie lorsque l'on multiplie (ou l'on divise) chacun de ses membres par un même nombre non nul.

a , b et c désignent des nombres relatifs, avec $c \neq 0$.

• Si $a = b$, alors $a \times c = b \times c$.

• Si $a = b$, alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.

EXEMPLES :

• On a l'égalité : $\frac{x}{4} = -6$.

On multiplie par 4 chacun de ses membres :

$$\frac{x}{4} \times 4 = -6 \times 4$$

On obtient l'égalité : $x = -24$.

• On a l'égalité : $-3x = 8$.

On divise par -3 chacun de ses membres :

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{8}{-3}$$

On obtient l'égalité : $x = -\frac{8}{3}$.