22 En justifiant chaque réponse, préciser si les expressions littérales sont égales ou non.

a) $A_1 = x(3x + 2) - 4$ et $A_2 = 3x^2 - 2(x + 2)$;

b) $B_1 = 4(x - 2) + 5x^2$ et $B_2 = (5x + 4)x - 8$.

$$A_1 = x(3x+2) - 4 = 3x^2 + 2x - 4$$
$$A_2 = 3x^2 - 2(x+2) = 3x^2 - 2x - 4$$

a) Une fois développées, les 2 expressions ne sont pas égales : les 2 termes en x^1 n'ont pas le même signe.

$$B_1 = 4(x-2) + 5x^2 = 5x^2 + 4x - 8$$
$$B_2 = (5x+4)x - 8 = 5x^2 + 4x - 8$$

b) Une fois développées, les 2 expressions sont égales.

23 On considère ce programme de calcul :

- On choisit un nombre relatif.
- On lui ajoute 3.
- On multiplie par 2 le résultat.
- Enfin, on soustrait 6.

1) Effectuer ce programme de calcul en choisissant comme nombre initial :

a) 8 ; **b)** – 5 ; **c)** 5,3 ; **d)** – 1,25.

2) Que peut-on remarquer ?

3) On désigne par x le nombre initial choisi.

a) Exprimer en fonction de x le résultat de ce programme de calcul.

b) Justifier la conjecture de la question **2)**.

1)
$$a = (8+3)\cdot 2 - 6 = 11\cdot 2 - 6 = 22 - 6 = 16$$
$$b = (-5+3)\cdot 2 - 6 = -2\cdot 2 - 6 = -4 - 6 = -10$$
$$c = (5{,}3+3)\cdot 2 - 6 = 8{,}3\cdot 2 - 6 = 16{,}6 - 6 = 10{,}6$$
$$d = (-1{,}25+3)\cdot 2 - 6 = 1{,}75\cdot 2 - 6 = 3{,}5 - 6 = -2{,}5$$

2) On remarque que la réponse est le double du nombre initial.

3) Soit x, le nombre initial :

3a) $(x+3)\cdot 2 - 6 = 2x + 6 - 6 = 2x$

Ainsi, notre programme se simplifie et revient à multiplier le nombre de départ par 2 !

3b) Le résultat obtenu ($2x$) est bien le double de x.

Remarque :

dans ce genre d'exercice, il faut TOUJOURS commencer en prenant x comme nombre de départ.

Les calculs s'en trouvent simplifiés et sont beaucoup plus rapides. De plus, les risques d'erreur sont moindres.

Exemple avec x = -1,25 : $2x = 2\cdot(-1{,}25) = -2{,}5$

24 **1)** Développer et réduire l'expression :

$B = 4x(3x - 5) - 5x + 7$

2) Tester la réponse pour $x = -1$.

1)
$$B = 4x(3x-5) - 5x + 7$$
$$= 12x^2 - 20x - 5x + 7 = 12x^2 - 25x + 7$$

2)
$$B_1 = 4(-1)\cdot(3\cdot(-1) - 5) - 5\cdot(-1) + 7$$
$$= -4\cdot(-8) + 5 + 7 = 32 + 5 + 7 = 44$$
$$B_2 = 12(-1)^2 - 25(-1) + 7 = 12 + 25 + 7 = 44$$

Le test, consistant à vérifier si les 2 expressions sont toujours égales après développement, est réussi ! Cela signifie que notre développement est correct.

Pour les exercices suivants, nous nous abstiendrons de vérifier le développement.
Nous nous contenterons de faire un développement… correct !

28 **1)** Développer, puis réduire l'expression :

$C = (3x + 3)(4x - 6)$

2) Tester la réponse pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.

$$C = (3x+3)(4x-6)$$
$$= 12x^2 - 18x + 12x - 18 = 12x^2 - 6x - 18$$

29 **1)** Développer, puis réduire l'expression :

$D = (x - 7)(5x + 11)$

2) Calculer la valeur de D pour $x = 7$.

$$D = (x-7)(5x+11)$$
$$= 5x^2 + 11x - 35x - 77 = 5x^2 - 24x - 77$$

31 **1)** Développer, puis réduire l'expression :

$F = 4(7 - 5a) + 5(2a - 3)$

2) Calculer la valeur de F pour $a = \dfrac{3}{10}$.

$$F = 4(7-5a) + 5(2a-3)$$
$$= 28 - 20a + 10a - 15 = -10a + 13$$

Contrairement à ce qui a été dit à la page précédente, il est ici intéressant de vérifier ces 2 expressions, afin de démontrer que l'expression réduite est la plus simple :

Vérifions l'expression de départ :

$$F = 4\left(7 - 5\cdot\frac{3}{10}\right) + 5\left(2\cdot\frac{3}{10} - 3\right)$$
$$= 4\left(7 - \frac{3}{2}\right) + 5\left(\cdot\frac{3}{5} - 3\right) = 28 - 4\cdot\frac{3}{2} + 5\cdot\frac{3}{5} - 15$$
$$28 - 6 + 3 - 15 = 10$$

Vérifions maintenant l'expression réduite :

$$F = -10\frac{3}{10} + 13 = -3 + 13 = 10$$

Nous voyons clairement ici que l'expression réduite facilite grandement le calcul (qui consiste à remplacer une variable par une valeur).

32 **1)** Développer, puis réduire l'expression :

$G = 3(5a - 2)(1 + 4a)$

2) Tester la réponse pour deux valeurs de a.

J'ai regroupé les deux premiers facteurs.

$$G = 3(5a-2)(1+4a) = (15a-6)(1+4a)$$
$$= 15a + 60a^2 - 6 - 24a = 60a^2 - 9a - 6$$

Pour résoudre cette expression, nous avons au préalable multiplier la 1ère parenthèse par 3, puis multiplier ce résultat par la 2ème parenthèse.
Nous aurions pu procéder autrement : multiplier d'abord les 2 parenthèses, puis multiplier le résultat par 3 :

$$G = 3(5a-2)(1+4a) = 3(5a + 20a^2 - 2 - 8a)$$
$$= 3(20a^2 - 3a - 2) = 60a^2 - 9a - 6$$

35 Abdel plante des tulipes rouges, roses et jaunes.
Il y a 6 tulipes rouges de plus que les jaunes.
Il y a 6 tulipes roses de moins que les jaunes.

On note x le nombre de tulipes jaunes.

1) **a)** Écrire une expression littérale D qui permet de calculer le nombre total de tulipes.

b) Réduire cette expression littérale.

2) En tout, Abdel a planté 510 tulipes.

a) Écrire une égalité vérifiée par le nombre x.

b) Combien de tulipes de chaque couleur Abdel a-t-il plantées ?

Soit x, le nombre de tulipes jaunes
Soit $x + 6$, le nombre de tulipes rouges
Soit $x - 6$, le nombre de tulipes roses

1. Calculons le nombre de tulipes :

$$N = x + (x+6) + (x-6) = 3x$$

2. $a)$ $3x = 510$

$b)$ $x = \dfrac{510}{3} = 170$

Il y a donc 170 tulipes jaunes, 176 tulipes rouges et 164 tulipes roses.

36 Un rectangle a pour longueur le triple de sa largeur. On note ℓ sa largeur exprimée en centimètres.
1) a) Écrire une expression littérale E qui permet de calculer le périmètre de ce rectangle.
b) Réduire cette expression littérale.
2) Le périmètre de ce rectangle est 40 cm.
a) Écrire une égalité vérifiée par le nombre ℓ.
b) Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

Soit l, la largeur du rectangle
Soit $3l$, la longueur du rectangle

1a) $P = 2\cdot(l+3l)$

1b) $P = 2\cdot(l+3l) = 2\cdot 4l = 8l$

2a) $8l = 40cm$

2b) $l = \frac{40}{8} = 5cm$

La largeur du rectangle est de 5 cm
La longueur du rectangle est de 3x5 cm = 15 cm

45 Factoriser chaque expression.
a) $5x + 5$; **b)** $7y - 7$; **c)** $z^2 + z$;
d) $-3a + 3$; **e)** $c^2 - c$; **f)** $3a^2 + 3a$.

$a)\ 5x+5 = 5(x+1)$

$b)\ 7y-7 = 7(y-1)$

$c)\ z^2+z = z(z+1)$

$d)\ -3a+3 = -3(a-1)$

$e)\ c^2-c = c(c-1)$

$f)\ 3a^2+3a = 3a(a+1)$

55 Trois amies possèdent ensemble 238 CD.
Claire possède 2 fois plus de CD que Mylène.
Mylène en possède 2 fois plus que Neyla.
On note x le nombre de CD que possède Neyla.
1) Écrire une égalité vérifiée par le nombre x.
2) Combien de CD possède chacune de ces amies ?

Soit x, le nombre de CD de Neyla
Soit $2x$, le nombre de CD de Mylène
Soit $4x$, le nombre de CD de Claire

1. $x+2x+4x = 7x = 238$
   $7x = 238$
2. $x = \frac{238}{7} = 34$

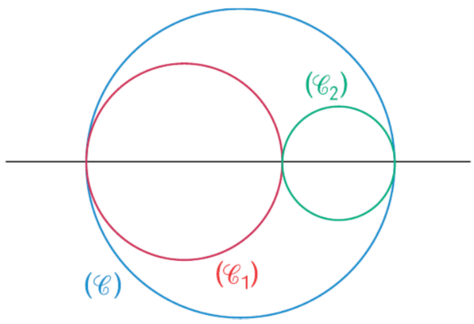
Neyla a 34 DC

Mylène à 2 x 34 CD = 68 CD

Claire à 2 x 68 CD = 136 CD

Vérification : 34 + 68 + 136 = 238 CD

59 La figure ci-dessous est constituée de trois cercles. Chaque cercle a un seul point commun avec chacun des deux autres.
Les centres des trois cercles sont alignés.



● Montrer que la longueur du cercle ($\mathscr{C}$) est égale à la somme des longueurs des cercles ($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$).

D_1 = diamètre du cercle rouge
D_2 = diamètre du cercle vert
D = diamètre du cercle bleu ($D = D_1 + D_2$)

$L_1 + L_2 = \pi \cdot D_1 + \pi \cdot D_2 = \pi \cdot (D_1 + D_2)$
$L = \pi \cdot D = \pi \cdot (D_1 + D_2)$

Ainsi, $L = L_1 + L_2$

74 Factoriser chaque expression.

a) $5x - 5 \times 6$; **b)** $7y + 14$;

c) $a^2 - 4a$; **d)** $-5b + 5$.

$a)\ 5x - 30 = 5x - 5\cdot 6 = 5(x-6)$

$b)\ 7y + 14 = 7y + 7\cdot 2 = 7(y+2)$

$c)\ a^2 - 4a = a(a-4)$

$d)\ -5b + 5 = -5(b-1)\ ou\ 5(-b+1)$

76 **1)** Développer, puis réduire l'expression :

$A = (2 - 5x)(4x + 3)$

2) Tester la réponse pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.

$A = (2-5x)(4x+3)$

$= 8x + 6 - 20x^2 - 15x = -20x^2 - 7x + 6$

77 Justifier que les expressions littérales $M = x(3x - 6)$ et $N = 3(x^2 - 2x)$ sont égales.

Développons ces 2 expressions :

$M = x(3x-6) = 3x^2 - 6x$

$N = 3(x^2 - 2x) = 3x^2 - 6x$

Ces 2 expressions littérales sont donc égales.

80 On considère un disque ($\mathscr{D}$) de rayon r.

1) Rappeler la formule qui permet de calculer :

a) son périmètre $\mathscr{P}$; **b)** son aire $\mathscr{A}$.

2) Le disque ($\mathscr{D}$) a pour rayon 13 cm.

a) Calculer son périmètre arrondi au mm près.

b) Calculer son aire arrondie au mm² près.

1 $a)\quad P = 2\pi r \qquad b)\quad A = \pi r^2$

2 $a)\quad P = 2\cdot\pi\cdot 130 = 816.8$ mm

$b)\quad A = \pi\cdot 130^2 = 53'092{,}92$ mm²

81 **1)** Développer et réduire l'expression :

$B = (6x - 7)(3 - 2x)$

2) Tester la réponse pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.

$B = (6x-7)(3-2x)$

$= 18x - 12x^2 - 21 + 14x = -12x^2 + 32x - 21$

82 On considère ce programme de calcul :

- On choisit un nombre relatif x.
- On lui ajoute -4.
- On multiplie par 3 le résultat.
- Enfin, on ajoute 12.

1) Effectuer ce programme de calcul pour :

a) $x = 2$; **b)** $x = -5$; **c)** $x = 5{,}8$; **d)** $x = \frac{1}{3}$.

2) À l'aide du calcul littéral, justifier que ce programme calcule le triple du nombre initial.

Voir remarque exercice 23

Soit x, le nombre de départ

$P = (x-4)\cdot 3 + 12 = 3x - 12 + 12 = 3x$

Avec cette façon de procéder, nous remarquons immédiatement que le résultat de ce programme est le triple du nombre de départ ! Ainsi, il suffit de multiplier les 4 nombres de départ par 3 pour trouver la réponse du programme.

$a)\quad 3x = 3\cdot 2 = 6$

$b)\quad 3x = 3\cdot(-5) = -15$

$c)\quad 3x = 3\cdot 5{,}8 = 17{,}4$

$d)\quad 3x = 3\cdot\frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$