

Chapitre 4, Livre 4^{ème}

Calcul littéral – Résolutions S2

21 On considère les expressions :

$$E = x(8 + x) - 4 \quad \text{et} \quad F = x^2 + 4(2x - 1).$$

1) Choisir trois valeurs pour le nombre x . Pour chacune de ces valeurs, calculer les expressions E et F .

2) Les expressions E et F sont-elles égales ?

Justifier la réponse.

En développant les expressions A et B on pourra les comparer, ce qui sera plus simple et plus rapide que de les tester pour différentes valeurs de x :

$$E = x(8 + x) - 4 = x^2 + 8x - 4$$

$$F = x^2 + 4(2x - 1) = x^2 + 8x - 4$$

Ces 2 expressions sont les mêmes, inutile de les vérifier avec d'autres valeurs...

Cependant, pour répondre à la demande de l'exercice :

Avec $x = 0$

$$E = x(8 + x) - 4 = 0(8 + 0) - 4 = -4$$

$$F = 0^2 + 4(2 \cdot 0 - 1) = 0 + 4(-1) = -4$$

Avec $x = 2$

$$E = 2(8 + 2) - 4 = 2 \cdot 10 - 4 = 16$$

$$F = 2^2 + 4(2 \cdot 2 - 1) = 4 + 4 \cdot 3 = 16$$

Avec $x = -3$

$$E = -3(8 + (-3)) - 4 = -3 \cdot 5 - 4 = -19$$

$$F = (-3)^2 + 4(2 \cdot (-3) - 1) = 9 + 4(-7) = -19$$

Ces 3 résultats correspondent bien entendu avec notre constat de départ !

26 **1)** Développer, puis réduire l'expression :

$$C = x(4 - 6x) + 3x^2 + 5x - 9$$

2) Tester la réponse pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.

$$C = x(4 - 6x) + 3x^2 + 5x - 9$$

$$= 4x - 6x^2 + 3x^2 + 5x - 9 = -3x^2 + 9x - 9$$

Tester la réponse c'est vérifier que le développement a été correctement fait. En d'autres termes, que les expressions non-développée et développée donnent la même réponse !

$$\text{Avec } x = 0 : \quad C_1 = 0(4 - 0) + 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0 - 9 = -9$$

$$C_2 = -3 \cdot 0^2 + 9 \cdot 0 - 9 = -9$$

$$\text{Avec } x = 1 \quad C_1 = 1(4 - 6 \cdot 1) + 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 9 = -3$$

$$C_2 = -3 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 - 9 = -3$$

27 **1)** Développer, puis réduire l'expression :

$$B = (4x + 3)(2x + 5)$$

2) Tester la réponse pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.

$$B = (4x + 3)(2x + 5) = 8x^2 + 20x + 6x + 15$$

$$= 8x^2 + 26x + 15$$

Tester la réponse c'est vérifier que le développement a été correctement fait. En d'autres termes, que les expressions non-développée et développée donnent la même réponse !

$$\text{Avec } x = 0 \quad B_1 = (4 \cdot 0 + 3)(2 \cdot 0 + 5) = 3 \cdot 5 = 15$$

$$B_2 = 8 \cdot 0^2 + 26 \cdot 0 + 15 = 15$$

$$\text{Avec } x = 1 \quad B_1 = (4 \cdot 1 + 3)(2 \cdot 1 + 5) = 7 \cdot 7 = 49$$

$$B_2 = 8 \cdot 1^2 + 26 \cdot 1 + 15 = 49$$

30 1) Développer, puis réduire l'expression :

$$E = (5 - 9x)(3x - 8)$$

2) Calculer la valeur de E pour $x = -1$.

$$\begin{aligned} E &= (5 - 9x)(3x - 8) = 15x - 40 - 27x^2 + 72x \\ &= -27x^2 + 87x - 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Avec } x = -1, \quad E &= -27 \cdot (-1)^2 + 87 \cdot (-1) - 40 \\ &= -27 - 87 - 40 = -154 \end{aligned}$$

L'expression de départ est sous la forme factorisée. Il est souvent plus simple de calculer la valeur de l'expression sous cette forme que sous sa forme développée.

Vérification :

$$\begin{aligned} \text{Avec } x = -1, \quad E &= (5 - 9 \cdot (-1))(3 \cdot (-1) - 8) \\ &= (5 + 9)(-3 - 8) = -14 \cdot 11 = -154 \end{aligned}$$

33 Un rectangle a pour longueur le double de sa largeur. On note ℓ sa largeur exprimée en centimètres.

- 1) Écrire une expression littérale B qui permet de calculer l'aire de ce rectangle.
- 2) L'aire de ce rectangle est 32 cm^2 .
- a) Écrire une égalité vérifiée par le nombre ℓ .
- b) Tester cette égalité pour $\ell = 4$.
- c) Proposer des dimensions pour ce rectangle.

$l =$ largeur du rectangle

$2l =$ longueur du rectangle

$$1) \quad B = l \cdot 2l = 2l^2$$

$$2a) \quad B = 2l^2 = 32 \text{ cm}^2$$

$$2b) \quad \text{avec } x = 4, \quad B = 2l^2 = 2 \cdot 4^2 = 32 \text{ cm}^2$$

- 2c) - Largeur du rectangle = 4 cm
- Longueur du rectangle = 8 cm.

Rem : une solution plus directe peut être proposée :

$$B = 2l^2 \quad \rightarrow \frac{B}{2} = l^2$$

$$l = \sqrt{\frac{B}{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

34 Quatre amies se partagent un paquet de friandises. Lucille en prend 7 de plus qu'Agnès.

Olga en choisit 5 de moins qu'Agnès et Malika en prend 4 de plus qu'Agnès. On note n le nombre de friandises choisies par Agnès.

- 1) a) Écrire une expression littérale C qui permet de calculer le nombre total de friandises choisies.
- b) Réduire cette expression littérale.
- 2) Les 50 friandises du paquet ont été choisies. Écrire une égalité vérifiée par le nombre n .
- 3) Tester cette égalité pour :
a) $n = 9$; b) $n = 10$; c) $n = 11$.
- 4) Proposer une valeur pour chaque nombre de friandises choisies par ces amies.

Soit n , le nombre de friandises d'Agnès :

- $n + 7$, le nombre de friandises de Lucille
- $n - 5$, le nombre de friandises d'Olga
- $n + 4$, le nombre de friandises de Malika

$$1) \quad n + (n + 7) + (n - 5) + (n + 4) = 4n + 6$$

$$2) \quad 4n + 6 = 50$$

3) inutile. Mieux vaut apprendre à résoudre l'équation, comme démontré ci-dessous.

$$4n + 6 = 50$$

$$4n = 50 - 6 = 44$$

$$4) \quad n = \frac{44}{4} = 11$$

- Agnès a donc 11 friandises,
- Lucille en a 18,
- Olga en a 6 et
- Malika en a 15.

39 **sc** On considère l'expression littérale :

$$C = 3m - 5p + 2$$

Calculer la valeur de l'expression C pour :

- a) $m = 2$ et $p = -3$; b) $m = -4$ et $p = 7$.

$$C_a = 3 \cdot 2 - 5 \cdot (-3) + 2 = 6 + 15 + 2 = 23$$

$$C_b = 3 \cdot (-4) - 5 \cdot 7 + 2 = -12 - 35 + 2 = -45$$

40 On considère l'égalité suivante :

$$a^2 + 2 = 8 - a$$

Tester cette égalité pour :

a) $a = -5$; **b)** $a = -3$; **c)** $a = 2$; **d)** $a = 8$.

$$a) (-5)^2 + 2 = 8 - (-5) \quad b) (-3)^2 + 2 = 8 - (-3)$$

$$25 + 2 = 8 + 5$$

$$9 + 2 = 8 + 3$$

$$27 \neq 13$$

$$11 = 11$$

Egalité fausse

Egalité vraie

$$c) 2^2 + 2 = 8 - 2$$

$$d) 8^2 + 2 = 8 - 8$$

$$4 + 2 = 8 - 2$$

$$64 + 2 = 8 - 8$$

$$6 = 6$$

$$66 \neq 0$$

Egalité vraie

Egalité fausse

Remarques

Egalité du 1^{er} degré (exposant 1 de l'inconnue) à une inconnue : 1 seule valeur pour l'inconnue.

Egalité du 2^{ème} degré (exposant 2 de l'inconnue) à une inconnue : 2 valeurs pour l'inconnue.

43 Factoriser chaque expression.

a) $7 \times x + 7 \times 2$; **b)** $6 \times y - 6 \times 3$;

c) $z \times z - 6 \times z$; **d)** $c \times c - 1 \times c$.

$$a) 7 \times x + 7 \times 2 = 7(x + 2)$$

$$b) 6 \times y - 6 \times 3 = 6(y - 3)$$

$$c) z \times z - 6 \times z = z(z - 6)$$

$$d) c \times c - 1 \times c = c(c - 1)$$

44 Factoriser chaque expression.

a) $6x - 12$; **b)** $7y + 21$; **c)** $z^2 - 5z$;

d) $9a - 18$; **e)** $-3b + 6$; **f)** $2c^2 - 3c$.

$$a) 6x - 12 = 6(x - 2) \quad b) 7y + 21 = 7(y + 3)$$

$$c) z^2 - 5z = z(z - 5) \quad d) 9a - 18 = 9(a - 2)$$

$$e) -3b + 6 = -3(b - 2) \quad f) 2c^2 - 3c = c(2c - 3)$$

51 Supprimer les parenthèses, puis réduire.

$$A = 3a + 5 - (2a + 7) + (8 - 5a);$$

$$B = -b + 4 + (3b - 2) - (8b - 5);$$

$$C = 6 - 5c + 3c - (4 - 6c) + 5 + (7 - 2c);$$

$$D = d - 1 - (3d + 4) + (5 - 4d) - (7d + 5) + 5.$$

$$A = 3a + 5 - 2a - 7 + 8 - 5a = -4a + 6$$

$$B = -b + 4 + 3b - 2 - 8b + 5 = -6b + 7$$

$$C = 6 - 5c + 3c - 4 + 6c + 5 + 7 - 2c = 2c + 14$$

$$D = d - 1 - 3d - 4 + 5 - 4d - 7d - 5 + 5 = -13d$$

● **Pour les exercices 52 à 54 :**

1) Développer, puis réduire l'expression.

2) Tester la réponse pour deux valeurs de x .

52 $A = (3x + 7)(5x + 4)$

53 $B = (5x - 3)(4x + 9)$

54 $C = (8 - 4x)(6x - 5)$

1) Exercices 52 à 53 :

$$A = (3x + 7)(5x + 4)$$

$$= 15x^2 + 12x + 35x + 28 = 15x^2 + 47x + 28$$

$$B = (5x - 3)(4x + 9)$$

$$= 20x^2 + 45x - 12x - 27 = 20x^2 + 33x - 27$$

$$C = (8 - 4x)(6x - 5)$$

$$= -24x^2 + 20x + 48x - 40 = -24x^2 + 68x - 40$$

2) A chacun de faire ses tests...

71 **sc** On considère l'expression littérale :

$$A = 4x^2 - 3x - 5$$

Calculer la valeur de l'expression A pour :

a) $x = 1$; **b)** $x = -1$; **c)** $x = 3$; **d)** $x = -2$.

$$A_a = 4 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 5 = 4 - 3 - 5 = -4$$

$$A_b = 4 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 5 = 4 + 3 - 5 = 2$$

$$A_c = 4 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 - 5 = 36 - 9 - 5 = 22$$

$$A_d = 4 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 5 = 16 + 6 - 5 = 17$$

! **Attention** : Il peut y avoir plusieurs réponses exactes pour chaque énoncé ! Les trouver toutes.

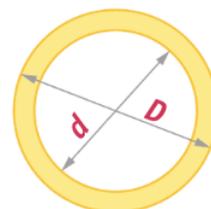


	A	B	C	D	Si échec, revoir :
61 Pour $x = -2$, l'expression littérale $x^2 + 3x - 4$ est égale à :	-14	-5	-6	6	p. 65

• **Pour l'exercice 62**, l'aire \mathcal{A} d'une couronne circulaire est donnée par la formule :

$$\mathcal{A} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

avec D le diamètre extérieur et d le diamètre intérieur.



62 L'aire d'une couronne circulaire de diamètre extérieur 12 cm et de diamètre intérieur 8 cm est :	$\frac{\pi}{4} \times 16 \text{ cm}^2$	$\frac{\pi}{4} \times 80 \text{ cm}^2$	62,83 cm ²	20 π cm ²	p. 65
			Valeur approchée		
63 $-6(3a - 5)$ est égal à :	$-18a + 30$	$-18a - 30$	$-9a - 11$	$-18a - 5$	p. 65
64 $21 - 7x$ est égal à :	$-7(-3 + x)$	$7(3 + x)$	$7(3 - x)$	$7(3 - 7x)$	p. 65
65 L'expression réduite de $5x^2 + x - 2x^2 - 5x$ est :	$7x^2 + 6x$	$3x^2 + x - 5x$	$-x^2$	$3x^2 - 4x$	p. 66
66 $a + (-b + c - d)$ est égal à :	$a - b + c - d$	$a + b - c + d$	$a + b + c - d$	$a + b + c + d$	p. 66
67 $x - (y - z + 2)$ est égal à :	$x + y - z + 2$	$x - y + z - 2$	$x - y - z + 2$	$x - y - z - 2$	p. 66
68 $(2a + 1)(3a - 1)$ est égal à :	$5a^2 + a - 1$	$6a^2 + 5a - 1$	$6a^2 + a + 1$	$6a^2 + a - 1$	p. 66 p. 69
69 $(n - 2)(3 - n)$ est égal à :	$-n^2 + n - 6$	$-n^2 + 5n - 6$	$3n - n^2 - 6$	$n^2 + 5n - 6$	p. 66 p. 69
70 L'expression littérale $A = x(x - 6) + 3$ est égale à	l'expression $x^2 - 3$	l'expression $x^2 + 3(1 - 2x)$	l'expression $x^2 - 6x + 3$	l'expression $-5x^2 + 3$	p. 68

→ corrigés : voir page 285