

## Chapitre 4, Livre 4<sup>ème</sup>

### Calcul littéral – Résolutions S1

**1** **sc** On considère l'expression littérale :

$$A = -5x + 7$$

Calculer la valeur de l'expression  $A$  pour :

**a)**  $x=6$  ; **b)**  $x=-1$  ; **c)**  $x=0$  ; **d)**  $x=-3$ .

$$A_a = -5 \cdot 6 + 7 = -30 + 7 = -23$$

$$A_b = -5 \cdot (-1) + 7 = 5 + 7 = 12$$

$$A_c = -5 \cdot 0 + 7 = 0 + 7 = 7$$

$$A_d = -5 \cdot (-3) + 7 = 15 + 7 = 22$$

**2** **sc** On considère l'expression littérale :

$$B = x^2 - 2x + 3$$

Calculer la valeur de l'expression  $B$  pour :

**a)**  $x=0$  ; **b)**  $x=1$  ; **c)**  $x=3$  ; **d)**  $x=-3$ .

$$B_a = 0^2 - 2 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$

$$B_b = 1^2 - 2 \cdot 1 + 3 = 1 - 2 + 3 = 2$$

$$B_c = 3^2 - 2 \cdot 3 + 3 = 9 - 6 + 3 = 6$$

$$B_d = (-3)^2 - 2 \cdot (-3) + 3 = 9 + 6 + 3 = 18$$

**7** Développer chaque expression.

**a)**  $5 \times (x + 3)$  ; **b)**  $-2 \times (a + 5)$  ; **c)**  $(y - 3) \times 6$  ;  
**d)**  $-4(2 - b)$  ; **e)**  $7(-z - 4)$  ; **f)**  $-2(-c + 1)$ .

$$a = 5 \times (x + 3) = 5x + 15$$

$$b = -2 \times (a + 5) = -2a - 10$$

$$c = (y - 3) \times 6 = 6y - 18$$

$$d = -4(2 - b) = -8 + 4b = 4b - 8$$

$$e = 7(-z - 4) = -7z - 28$$

$$f = -2(-c + 1) = 2c - 2$$

Rem : par convention, on indiquera les termes avec variables avant les nombres relatifs.

**8** Développer chaque expression.

**a)**  $6(3x - 4)$  ; **b)**  $-3(7 + 2a)$  ; **c)**  $5(-y + 1)$  ;  
**d)**  $(1 - b) \times 4$  ; **e)**  $z(z + 5)$  ; **f)**  $2c(c - 1)$ .

$$a = 6(3x - 4) = 18x - 24$$

$$b = -3(7 + 2a) = -21 - 6a = -6a - 21$$

$$c = 5(-y + 1) = -5y + 5$$

$$d = (1 - b) \times 4 = 4 - 4b = -4b + 4$$

$$e = z(z + 5) = z^2 + 5z$$

$$f = 2c(c - 1) = 2c^2 - 2c$$

**9** Factoriser chaque expression.

**a)**  $(-3) \times x + (-3) \times 7$  ; **b)**  $y \times 5 + y \times (-1)$  ;  
**c)**  $(-5) \times a + (-5) \times 4$  ; **d)**  $3 \times 2 - 3 \times a$  ;  
**e)**  $5b + 5 \times 3$  ; **f)**  $z \times z - 7z$ .

$$a = (-3) \times x + (-3) \times 7 = -3x - 21 = -3(x + 7)$$

$$b = y \times 5 + y \times (-1) = 5y - y = y(5 - 1) = y(4) = 4y$$

$$c = (-5) \times a + (-5) \times 4 = -5a - 20 = -5(a + 4)$$

$$d = 3 \times 2 - 3 \times a = 6 - 3a = 3(2 - a) = 3(-a + 2)$$

$$e = 5b + 5 \times 3 = 5b + 15 = 5(b + 3)$$

$$f = z \times z - 7z = z^2 - 7z = z(z - 7)$$

Rem : l'expression placée directement après la donnée (par ex. pour l'exercice a :  $-3x - 21$ ) est en principe la forme de départ d'une expression à factoriser. C'est à l'élève de trouver le facteur commun – qui est  $(-3)$  dans ce même exemple.

**10** Factoriser chaque expression.

- a)**  $(-7) \times x + (-7) \times 5$ ;      **b)**  $9 \times a + 9 \times 3$ ;  
**c)**  $5 \times 7 - 5 \times y$ ;      **d)**  $b \times b - 2b$ .

Rem (voir également la remarque de l'exercice 9)  
 Dans cet exercice, il est indiqué l'expression à factoriser sans indication préalable du facteur commun...

$$a = -7x - 35 = -7(x + 5)$$

$$b = 9a + 27 = 9(a + 3)$$

$$c = 35 - 5y = 5(-y + 7) = -5(y - 7)$$

$$d = b^2 - 2b = b(b - 2)$$

**11** Réduire chaque expression.

- a)**  $13x + 9x$ ;      **b)**  $5y - 7y$ ;      **c)**  $-3z - z$ ;  
**d)**  $7a^2 - 3a^2$ ;      **e)**  $b - 4b$ ;      **f)**  $3c + c - 2c$ .

$$a = 13x + 9x = x(13 + 9) = 22x$$

$$b = 5y - 7y = y(5 - 7) = -2y$$

$$c = -3z - z = -z(3 + 1) = -4z$$

$$d = 7a^2 - 3a^2 = a^2(7 - 3) = 4a^2$$

$$e = b - 4b = b(1 - 4) = -3b$$

$$f = 3c + c - 2c = c(3 + 1 - 2) = 2c$$

**12** Réduire chaque expression.

- a)**  $3x - 5 + 4x + 2$ ;      **b)**  $-2y + 3 - 4y + 6$ ;  
**c)**  $5a + 7 - a + 7$ ;      **d)**  $5b^2 + 3b - 2b - 3b^2$ .

$$a = 3x - 5 + 4x + 2 = 7x - 3$$

$$b = -2y + 3 - 4y + 6 = -6y + 9$$

$$c = 5a + 7 - a + 7 = 4a + 14$$

$$5b^2 + 3b - 2b - 3b^2 = 2b^2 + b$$

**13** Réduire quand c'est possible.

- a)**  $7x - 7$ ;      **b)**  $7x - x$ ;      **c)**  $7x^2 - x$ ;  
**d)**  $a^2 + a + a^2$ ;      **e)**  $a^2 + a - 1$ ;      **f)**  $3 - 3a + a$ .

$$*a = 7x - 7 = 7(x - 1)$$

$$b = 7x - x = 6x$$

$$*c = 7x^2 - x = x(7x - 1)$$

$$d = a^2 + a + a^2 = 2a^2 + a = *a(2a + 1)$$

$$e = a^2 + a - 1 = /$$

$$f = 3 - 3a + a = -2a + 3$$

Rem : les expressions précédées d'un astérisque \* ne sont pas réduites comme demandé. Puisqu'elles ne peuvent être réduites, elles sont factorisées.

**14** Supprimer les parenthèses.

- a)**  $5 + (-x + y)$ ;      **b)**  $-2a + (b - 7)$ ;  
**c)**  $x + (-5 + y - z)$ ;      **d)**  $-6 + (-a^2 - 3a)$ .

$$a = 5 + (-x + y) = -x + y + 5$$

$$b = -2a + (b - 7) = -2a + b - 7$$

$$c = x + (-5 + y - z) = x + y - z - 5$$

$$d = -6 + (-a^2 - 3a) = -a^2 - 3a - 6$$

**15** Supprimer les parenthèses.

- a)**  $4 - (-x + y)$ ;      **b)**  $-3a - (b - 5)$ ;  
**c)**  $x - (-4 + y - z)$ ;      **d)**  $-7 - (-a^2 - 2a)$ .

$$a = 4 - (-x + y) = x - y + 4$$

$$b = -3a - (b - 5) = -3a - b + 5$$

$$c = x - (-4 + y - z) = x - y + z + 4$$

$$d = -7 - (-a^2 - 2a) = a^2 + 2a - 7$$

**16** Supprimer les parenthèses.

**a)**  $2a - (-7 + 3b - c)$ ;      **b)**  $-5 + (-3x^2 + x)$ ;  
**c)**  $y + (-3z + x - 2)$ ;      **d)**  $-b - (5a^2 - a + 8)$ .

$$a = 2a - (-7 + 3b - c) = 2a - 3b + c + 7$$

$$b = -5 + (-3x^2 + x) = -3x^2 + x - 5$$

$$c = y + (-3z + x - 2) = x + y - 3z - 2$$

$$d = -b - (5a^2 - a + 8) = -5a^2 + a - b - 8$$

Rem : par convention, on indiquera les termes avec variables dans l'ordre décroissant de leur exposant, puis les nombres relatifs.

**17** Développer chaque expression.

**a)**  $(a + 2)(b + 7)$ ;      **b)**  $(x + 3)(y - 4)$ ;  
**c)**  $(a - 5)(2 + b)$ ;      **d)**  $(x - 1)(6 - y)$ .

$$a = (a + 2)(b + 7) = ab + 7a + 2b + 14$$

$$b = (x + 3)(y - 4) = xy - 4x + 3y - 12$$

$$c = (a - 5)(2 + b) = 2a + ab - 10 - 5b$$

$$d = (x - 1)(6 - y) = 6x - xy - 6 + y$$

**18** On développe et on réduit l'expression :

$$A = (2x + 3)(5x - 4)$$

1) Quel est le terme en  $x^2$  de l'expression réduite ?

$$2x \times 5x = 2 \times 5 \times x \times x$$

2) Quel est le terme ne contenant pas de  $x$  dans l'expression réduite ?

3) Pourquoi est-il plus difficile de trouver mentalement le terme en  $x$  de l'expression réduite ?

$$\begin{aligned} A &= (2x + 3)(5x - 4) = 10x^2 - 8x + 15x - 12 \\ &= 10x^2 - 7x - 12 \end{aligned}$$

1)  $10x^2$

2)  $-12$

3) Le terme en  $x$  est l'addition de 2 produits :  
 $2x \times (-4) + 3 \times 5x$ .

**19** On considère les expressions :

$$A = (x - 3)(x + 4) \quad \text{et} \quad B = x^2 - x - 12.$$

1) Calculer chacune de ces expressions pour  $x = 0$ , puis pour  $x = 1$ .

2) Les expressions  $A$  et  $B$  sont-elles égales ? Justifier la réponse.

$$A = (x - 3)(x + 4) = (0 - 3)(0 + 4) = -3 \times 4 = -12$$

$$B = x^2 - x - 12 = 0 - 0 - 12 = -12$$

$$A = (x - 3)(x + 4) = (1 - 3)(1 + 4) = -2 \times 5 = -10$$

$$B = x^2 - x - 12 = 1 - 1 - 12 = -12$$

Les expressions  $A$  et  $B$  ne sont pas égales. En effet, les résultats obtenus avec  $x = 1$  diffèrent pour les deux expressions.

De plus, en développant l'expression  $A$ , on obtient une expression différente de  $B$ . C'est d'ailleurs cette solution qui devrait être privilégiée pour vérifier l'égalité de deux expressions de ce style.

$$A = (x - 3)(x + 4) = x^2 + 4x - 3x - 12 = x^2 + x - 12$$

**20** On considère les expressions :

$$C = x(x + 3) - 10 \quad \text{et} \quad D = x^2 - 1 + 3x - 9.$$

1) Calculer chacune de ces expressions pour  $x = 0$ , puis pour  $x = 1$ .

2) Les expressions  $C$  et  $D$  sont-elles égales ? Justifier la réponse.

Si on se réfère à la 2<sup>ème</sup> remarque de l'exercice 19, il est préférable de réduire les 2 expressions, afin de vérifier si elles sont semblables :

$$C = x(x + 3) - 10 = x^2 + 3x - 10$$

$$D = x^2 - 1 + 3x - 9 = x^2 + 3x - 10$$

Les 2 expressions sont donc égales et il est inutile de le vérifier à l'aide de valeurs. Cependant, pour répondre à la demande de l'exercice :

$$C = 0(0 + 3) - 10 = -10$$

$$D = 0^2 - 1 + 3 \cdot 0 - 9 = -10$$

$$C = 1(1 + 3) - 10 = 1 \cdot 4 - 10 = -6$$

$$D = 1^2 - 1 + 3 \cdot 1 - 9 = 1 - 1 + 3 - 9 = -6$$

**37** **sc** On considère l'expression littérale :

$$A = -6x + 5$$

Calculer la valeur de l'expression  $A$  pour :

**a)**  $x=5$  ;   **b)**  $x=-2$  ;   **c)**  $x=7$  ;   **d)**  $x=-5$ .

$$A = -6x + 5$$

$$A_a = -6 \cdot 5 + 5 = -30 + 5 = -25$$

$$A_b = -6 \cdot (-2) + 5 = 12 + 5 = 17$$

$$A_c = -6 \cdot 7 + 5 = -42 + 5 = -37$$

$$A_d = -6 \cdot (-5) + 5 = 30 + 5 = 35$$

**38** **sc** On considère l'expression littérale :

$$B = 2x^2 - 5x - 7$$

Calculer la valeur de l'expression  $B$  pour :

**a)**  $x=1$  ;   **b)**  $x=-1$  ;   **c)**  $x=4$  ;   **d)**  $x=-3$ .

$$B = 2x^2 - 5x - 7$$

$$B_a = 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 - 7 = 2 - 5 - 7 = -10$$

$$B_b = 2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) - 7 = 2 + 5 - 7 = 0$$

$$B_c = 2 \cdot 4^2 - 5 \cdot 4 - 7 = 32 - 20 - 7 = 5$$

$$B_d = 2 \cdot (-3)^2 - 5 \cdot (-3) - 7 = 18 + 15 - 7 = 26$$