

Nombres relatifs : multiplication et division

REVOIR

- l'addition de nombres relatifs ;
- le calcul d'une valeur approchée d'un nombre positif.

DÉCOUVRIR

- le produit de deux nombres relatifs ;
- le quotient de deux nombres relatifs ;
- le calcul d'une valeur approchée du quotient de deux nombres relatifs.

SOCLE COMMUN

- SC1 Calculer le produit de deux nombres relatifs.
- SC2 Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres relatifs.



Ce train à crémaillère a été construit en 1924.

La Rhune est une montagne du Pays Basque, qui culmine à environ 905 m d'altitude. Elle offre l'un des plus beaux panoramas de la région : on peut ainsi admirer la chaîne pyrénéenne, la côte Basque (de Saint-Sébastien à Biarritz) ainsi que les plages des Landes. Un petit train à crémaillère part du col de Saint-Ignace à 169 m d'altitude et gravit les pentes de La Rhune jusqu'au sommet.

On pourrait croire que, plus on monte en altitude, plus on se rapproche du Soleil, donc plus la température augmente.

En réalité, c'est le phénomène inverse qui se produit : plus on monte en altitude, plus la température baisse. On ajoute environ -1°C chaque fois que l'on monte verticalement de 150 mètres.

- Quelle est la température au sommet de la Rhune lorsqu'au départ de ce train il fait 20°C ?



SAVOIR FAIRE

1 J'apprends à... Calculer un produit, un quotient

ÉNONCÉ

Calculer chaque expression.

- a) $(+5,6) \times (-2)$; b) $(-8) \times (-7,1)$; c) $(-24) : (-6)$.

SOLUTION

a) $(+5,6) \times (-2) = -(5,6 \times 2) = -11,2$

Les deux facteurs sont de signes contraires : le produit est **négatif**.

c) $(-24) : (-6) = 24 : 6 = 4$

Le quotient de deux nombres négatifs est **positif**.

b) $(-8) \times (-7,1) = 8 \times 7,1 = 56,8$

Les deux facteurs sont de même signe : le produit est **positif**.



J'applique

SAVOIR FAIRE

2 J'apprends à... Calculer une expression

ÉNONCÉ

Calculer chaque expression.

$A = (-5) \times 4 \times (-3) \times (-2)$; $B = -39 - 8 \times (-4) + 2$.

SOLUTION

Cette expression est un produit. On détermine d'abord son signe.

$A = (-5) \times 4 \times (-3) \times (-2)$

$A = -(5 \times 4 \times 3 \times 2)$

$A = -120$

3 des facteurs sont négatifs. 3 est impair. Donc A est **négatif**.



La **multiplication** est prioritaire.

$B = -39 - 8 \times (-4) + 2$

$B = -39 - (-32) + 2$

$B = -39 + 32 + 2$

$B = -5$

J'applique

1 J'additionne plusieurs fois le même nombre

On considère le procédé de calcul suivant : « ajouter -9 ».

On choisit comme nombre de départ le nombre 0 .

On obtient ainsi une suite logique de nombres.

Départ	1 ^{er} résultat	2 ^e résultat	3 ^e résultat	4 ^e résultat	...
0	-9	-18	...	...	...

$0 \xrightarrow{+(-9)} -9 \xrightarrow{+(-9)} -18 \xrightarrow{+(-9)} \dots \xrightarrow{+(-9)} \dots$

1 a) Recopier et compléter cette suite logique. S'arrêter dès que le résultat comporte trois chiffres.

b) Quel est le 7^e résultat ?

Combien de fois a-t-on ajouté le nombre (-9) pour obtenir le 7^e résultat ?

Recopier et compléter : « ... $\times (-9) = \dots$ ».

2 Énoncer une conjecture concernant la valeur du 100^e résultat de cette suite logique.

3 Justifier que : $7 \times (-6) = -42$.

J'ai calculé :
 $(-6) + (-6) + (-6) + (-6) + (-6) + (-6) + (-6)$

2 Je multiplie un nombre relatif par (-1)

A Le nombre multiplié est entier positif

1 Écrire le produit $2 \times (-1)$ comme une somme de deux termes identiques.

En déduire le résultat de cette multiplication.

2 Écrire de même chaque produit suivant comme la somme de plusieurs termes identiques, puis la calculer :

a) $3 \times (-1)$; b) $5 \times (-1)$; c) $9 \times (-1)$.

3 Faire une conjecture concernant le résultat du produit de 84 par (-1) .

B Le nombre multiplié est relatif

a désigne un nombre relatif.

On veut montrer que le nombre $(-1) \times a$ est l'opposé du nombre a .

Pour cela, on montre que la somme de ces deux nombres est égale à zéro.

1 Recopier et compléter.

$$(-1) \times a + a = (-1) \times a + \dots \times a$$

$$(-1) \times a + a = [\dots + \dots] \times a$$

$$(-1) \times a + a = \dots \times a$$

$$(-1) \times a + a = \dots$$

La somme du nombre $(-1) \times a$ et du nombre a est égale à ...

Donc les nombres $(-1) \times a$ et a sont ...

J'ai factorisé par a .

2 Qu'obtient-on lorsque l'on multiplie un nombre relatif par (-1) ?

3 Je multiplie deux nombres de signes contraires

On donne : $7,2 \times 8,5 = 61,2$.

1 On veut calculer le produit $(-7,2) \times 8,5$.

a) Écrire $(-7,2)$ comme le produit de (-1) par un nombre positif.

b) Recopier et compléter.

$$(-7,2) \times 8,5 = (-1) \times \dots \times 8,5$$

$$(-7,2) \times 8,5 = (-1) \times \dots$$

$$(-7,2) \times 8,5 = \dots$$

On peut regrouper les facteurs d'un produit sans changer son résultat.



2 Déterminer le résultat du produit de $(-8,5)$ par $7,2$. Justifier la réponse.

4 Je multiplie deux nombres de même signe

On donne : $9,4 \times 12,8 = 120,32$.

1 On veut calculer le produit $(-9,4) \times (-12,8)$.

a) Écrire $(-9,4)$ comme le produit de (-1) par un nombre positif.

b) Écrire $(-12,8)$ comme le produit de (-1) par un nombre positif.

c) Recopier et compléter.

$$(-9,4) \times (-12,8) = (-1) \times \dots \times (-1) \times \dots$$

$$(-9,4) \times (-12,8) = (-1) \times (-1) \times \dots \times \dots$$

$$(-9,4) \times (-12,8) = \dots \times \dots$$

$$(-9,4) \times (-12,8) = \dots$$

On peut changer l'ordre des facteurs d'un produit sans changer son résultat.



2 Expliquer pourquoi le produit de deux nombres négatifs est positif.

5 Je divise par un nombre relatif non nul

1 Recopier et compléter.

Multiplication			Division		
7	$\times$	8 = 56	donc	56	$: 7 = 8$
positif		positif		positif	positif
(-7)	$\times$	$\dots = 56$	donc	56	$: (-7) = \dots$
négatif		positif		positif	négatif
(-7)	$\times$	$\dots = (-56)$	donc	(-56)	$: (-7) = \dots$
$\dots$		$\dots$		$\dots$	$\dots$
7	$\times$	$\dots = (-56)$	donc	(-56)	$: 7 = \dots$
$\dots$		$\dots$		$\dots$	$\dots$

2 Énoncer une conjecture concernant le signe du quotient :

a) de deux nombres de même signe ;

b) de deux nombres de signes contraires.

1 Multiplication

a) Produit de deux facteurs

PROPRIÉTÉ a désigne un nombre relatif.

Le produit du nombre a par (-1) est égal à l'opposé du nombre a .

L'opposé du nombre a se note $-a$.

$$a \times (-1) = (-1) \times a = -a$$

■ **EXEMPLES :** • $9,2 \times (-1) = -9,2$ • $-42 \times (-1) = -(-42) = 42$ • $-3,5 = (-1) \times 3,5$

■ **Remarque :** Le nombre $-a$ n'est pas forcément un nombre négatif.

■ **EXEMPLE :** Si $a = -4$, alors $-a = -(-4) = 4$.

PROPRIÉTÉ (ADMISE) Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est **négatif**.

La distance à zéro de ce produit est égale au produit des distances à zéro.

■ **EXEMPLES :** • $(-7,5) \times 6 = -(7,5 \times 6) = -45$ • $14 \times (-2) = -(14 \times 2) = -28$

PROPRIÉTÉ (ADMISE) Le produit de deux nombres relatifs de même signe est **positif**.

La distance à zéro de ce produit est égale au produit des distances à zéro.

■ **EXEMPLES :** • $2,5 \times 1,5 = 3,75$ • $(-9) \times (-13) = 9 \times 13 = 117$

b) Produit de plusieurs facteurs

MÉTHODE Pour déterminer le signe d'un produit de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs négatifs.

Lorsque le nombre de facteurs négatifs de ce produit est **pair**, le produit est **positif**.

Lorsque le nombre de facteurs négatifs de ce produit est **impair**, le produit est **négatif**.

■ **EXEMPLES :**

• $A = (-8) \times (-7) \times 5,5 \times (-0,25) \times 2,3$

L'expression A est un produit qui comporte 3 facteurs négatifs.

Le nombre 3 est **impair**, donc le nombre A est **négatif** : $A = -(8 \times 7 \times 5,5 \times 0,25 \times 2,3)$.

• $B = 17 \times (-4) \times (-6,5) \times (-25) \times 8,7 \times (-3)$

L'expression B est un produit qui comporte 4 facteurs négatifs.

Le nombre 4 est **pair**, donc le nombre B est **positif** : $B = 17 \times 4 \times 6,5 \times 25 \times 8,7 \times 3$.



POINT DE REPÈRE

Voici un moyen mnémotechnique pour déterminer le signe d'un produit de deux facteurs :

règle des signes d'un produit	« plus »	par	« plus »	donne	« plus »
	« moins »	par	« moins »	donne	« plus »
	« moins »	par	« plus »	donne	« moins »
	« plus »	par	« moins »	donne	« moins »

2 Division

a) Quotient

DÉFINITION a et b désignent des nombres relatifs, avec $b \neq 0$.

Le quotient de a par b , noté $\frac{a}{b}$, est le nombre relatif qui multiplié par b donne a . $\frac{a}{b} \times b = a$

■ **EXEMPLE :** Le quotient de -42 par 6 est le nombre qui multiplié par 6 donne -42 .

Ainsi, on a : $\frac{-42}{6} \times 6 = -42$.

b) Division

PROPRIÉTÉ (ADMISE)

a et b désignent des nombres relatifs, avec $b \neq 0$. On a : $\frac{a}{b} = a : b$.

PROPRIÉTÉS (ADMISES)

• Le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est **négatif**.

La distance à zéro de ce quotient est égale au quotient des distances à zéro.

• Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est **positif**.

La distance à zéro de ce quotient est égale au quotient des distances à zéro.

■ **EXEMPLES :**

$$\begin{aligned} \frac{-42}{6} &= (-42) : 6 \\ \frac{-42}{6} &= -(42 : 6) \\ \frac{-42}{6} &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{-3} &= 2 : (-3) \\ \frac{2}{-3} &= -(2 : 3) \\ \frac{2}{-3} &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-4}{-5} &= (-4) : (-5) \\ \frac{-4}{-5} &= 4 : 5 \\ \frac{-4}{-5} &= 0,8 \end{aligned}$$

c) Valeurs approchées d'un quotient

■ **Remarque :** Lorsqu'un quotient n'est pas un nombre décimal, on peut seulement donner des valeurs approchées de ce quotient.

■ **EXEMPLE :** Le quotient $\frac{2}{3}$ est un nombre négatif.

Sa distance à zéro est $\frac{2}{3}$ ou $2 : 3$.

La division de 2 par 3 ne se termine pas, donc le quotient $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre décimal. On ne peut donc donner en écriture décimale

que des valeurs approchées de $\frac{2}{3}$ et de $\frac{2}{-3}$.

$-0,66$ et $-0,67$ sont deux valeurs approchées au centième du quotient $\frac{2}{-3}$.

Ainsi par exemple : $\frac{2}{-3} \approx -0,66$.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ 0 & \\ 0 & \\ 2 & \\ \hline & 0,66... \end{array}$$



POINT DE REPÈRE

La règle des signes d'un quotient est la même que la règle des signes d'un produit.