

Nombres relatifs : addition, soustraction, comparaison

REVOIR

- ▶ le calcul d'une somme de nombres relatifs ;
- ▶ le calcul d'une différence de nombres relatifs ;
- ▶ la comparaison de deux nombres relatifs.

DÉCOUVRIR

- ▶ les notations \leq et \geq ;
- ▶ la troncature et l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif.

SOCLE COMMUN

- SC1 Calculer une somme, une différence de nombres relatifs simples.
- SC2 Comparer deux nombres relatifs.



Cette image représente
la sonde *Phoenix* lors d'un crépuscule sur Mars.



Lancée le 4 août 2007, la sonde *Phoenix* s'est posée sur la planète Mars le 25 mai 2008. Cette sonde américaine a atteint avec succès le sol martien, après un voyage de plus de 700 millions de kilomètres.

La planète Mars est plus éloignée du Soleil que la Terre. Elle est donc plus froide que la Terre. C'est pourquoi les scientifiques ne pensaient trouver que de l'eau à l'état de glace sur Mars. Pourtant, la sonde *Phoenix* a trouvé de l'eau à l'état liquide qu'elle a pu prélever et analyser. La température moyenne sur Mars est de $-63\text{ }^{\circ}\text{C}$ alors qu'elle est de $+15\text{ }^{\circ}\text{C}$ sur Terre. Durant sa mission, la sonde *Phoenix* a relevé une température maximale de $-19,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ et une température minimale de $-97,7\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- 1) Calculer la différence entre la température moyenne sur Terre et celle sur Mars.
- 2) Calculer la différence entre la température maximale et la température minimale relevées par la sonde *Phoenix* lors de cette mission.

1 Je calcule la somme de deux nombres relatifs

Je revols

On considère les quatre expressions numériques ci-dessous.

$$A = (+5,2) + (-3,6)$$

$$B = (-3,4) + (-2,8)$$

$$C = (-4,3) + (+2,7)$$

$$D = (+3,4) + (+2,9)$$

1 Parmi ces expressions, deux sont la somme de deux nombres relatifs de même signe.

- Quelles sont ces expressions ?
- Déterminer le signe de chacune de ces sommes.
- Calculer chacune de ces sommes.

2 Parmi ces expressions, deux sont la somme de deux nombres relatifs de signes contraires.

- Quelles sont ces expressions ?
- Déterminer le signe de chacune de ces sommes.
- Calculer chacune de ces sommes.

J'ai effectué une soustraction.



2 Je calcule la différence de deux nombres relatifs

Je revols

1 Recopier et compléter la propriété suivante étudiée en classe de Cinquième :

« Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute ... »

2 On considère les deux tableaux ci-dessous.

Différences	
$(-5) - (+3)$	$(+5) - (+3)$
$(+5) - (-3)$	$(-5) - (-3)$

Sommes	
$(+5) + (+3)$	$(-5) + (-3)$
$(-5) + (+3)$	$(+5) + (-3)$

- Associer chaque différence du tableau bleu à la somme du tableau rose qui lui est égale.
- En déduire le résultat de chacune de ces différences.

3 Je calcule une expression algébrique

Je revols

Une professeure écrit au tableau l'expression numérique suivante :

$$E = (+5) - (+3) + (-4) - (-2) + (-8) - (+4) + (+3)$$

On veut calculer cette expression en suivant les étapes ci-dessous.

Étape 1 :

- Recopier l'expression E écrite au tableau.
- Réécrire cette expression en transformant chaque soustraction en addition.

Étape 2 :

- Repérer et entourer en vert deux termes opposés de cette somme.
- En déduire une somme de cinq termes, égale à l'expression E .

Étape 3 :

- Souligner en bleu les termes positifs de cette dernière expression et en rouge ses termes négatifs.
- Justifier que l'on a : $E = +7 + (-16)$.

Étape 4 :

- Terminer le calcul de l'expression algébrique E .



J'ai rédigé ainsi :
E = ...
E = ...
E = ...
...

4 Je découvre un nouveau symbole mathématique

Je revols

Au karaté, les combattants sont répartis par catégories d'âge et de masse.

Voici les catégories de masse des minimas féminines :

Catégories de masse					
Minimes 12 à 13 ans	moins de 40 kg	moins de 45 kg	moins de 50 kg	moins de 55 kg	55 kg ou plus de 55 kg



- Préciser la catégorie de masse de Lina, 13 ans, 55 kg.
- Ève a 12 ans et demi et pèse 48 kg.

Des cinq catégories de masse ci-dessus, dans lesquelles Ève peut-elle concourir ?

3 Thalya est minime et ne peut pas concourir chez les « moins de 50 kg ».

Elle concourt dans la catégorie « moins de 55 kg ». On note t la masse, en kilogrammes, de Thalya.

Que peut-on dire de son âge ? Que peut-on dire de sa masse t ?

4 On note m la masse, en kilogrammes, de Maureen qui concourt chez les « 55 kg ou plus de 55 kg ».

Ainsi : $m = 55$ ou $m > 55$. On dit que m est supérieur ou égal à 55. On note : $m \geq 55$.

Écrire deux inégalités vérifiées par la masse t de Thalya.

5 Je détermine la troncature ou l'arrondi d'un nombre positif

Je revols

En effectuant à l'aide de la calculatrice la division de 89,9 par 7, on obtient :

89,9 : 7

On note a le quotient de 89,9 par 7.

12,84285714

A Encadrement à l'unité

- Encadrer le nombre a par deux entiers consécutifs.
- Quelles sont les valeurs approchées à l'unité du nombre a ?
 - La valeur approchée à l'unité par défaut est appelée la **troncature à l'unité** du nombre a . Quelle est la troncature à l'unité du nombre a ?
 - Des deux valeurs approchées à l'unité du nombre a , laquelle est la plus proche du nombre a ? Cette valeur approchée est appelée l'**arrondi à l'unité** du nombre a .

B Encadrement au dixième

- Encadrer le nombre a par deux nombres ayant un seul chiffre après la virgule et dont la différence est égale à un dixième. Des deux nombres qui encadrent ainsi le nombre a :
 - la **troncature au dixième** du nombre a est celui qui est inférieur au nombre a ;
 - l'**arrondi au dixième** du nombre a est celui qui est le plus proche du nombre a .
- Quelle est la troncature au dixième du nombre a ?

$$12,8 < a < 12,9$$

+ 0,1



3 a) Recopier et compléter la portion de droite graduée ci-contre.



- Placer le nombre a sur cette portion de droite graduée. Quel est l'arrondi au dixième du nombre a ?

1 Addition, soustraction de nombres relatifs

a) Calcul de la somme de deux nombres relatifs

PROPRIÉTÉ La somme de deux nombres relatifs de même signe est un nombre relatif qui a :

- pour signe, le signe commun aux deux nombres ;
- pour distance à zéro, la somme des distances à zéro.

EXEMPLES : • $(+7) + (+8) = +15$

Les nombres sont **positifs**.
Le résultat est donc **positif**.
 $7 + 8 = 15$

• $(-4,3) + (-9,4) = -13,7$

Les nombres sont **négatifs**.
Le résultat est donc **négatif**.
 $4,3 + 9,4 = 13,7$

PROPRIÉTÉ La somme de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre relatif qui a :

- pour signe, le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
- pour distance à zéro, la différence des distances à zéro.

EXEMPLES : • $(+7) + (-9) = -2$

$9 > 7$
 (-9) a la plus grande distance à zéro.
Le résultat est donc **négatif**.
 $9 - 7 = 2$

• $(-3,5) + (+8,6) = +5,1$

$8,6 > 3,5$
 $(+8,6)$ a la plus grande distance à zéro.
Le résultat est donc **positif**.
 $8,6 - 3,5 = 5,1$

b) Calcul de la différence de deux nombres relatifs

PROPRIÉTÉ Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

EXEMPLES : • $(-5) - (+8) = (-5) + (-8) = -13$

Pour soustraire $+8$, on ajoute -8 .

• $(-9) - (-5,4) = (-9) + (+5,4) = -3,6$

Pour soustraire $-5,4$, on ajoute $+5,4$.

c) Calcul d'une expression algébrique

MÉTHODE Pour calculer une expression algébrique :

- on commence par transformer les soustractions en additions ;
- on ajoute les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux ;
- on ajoute les deux nombres restants.

Remarque : Pour calculer une expression algébrique, on peut aussi simplifier son écriture.

EXEMPLE :

$$\begin{aligned} A &= (-12) + (+7) - (+8) + (-5) - (-9) \\ A &= (-12) + (+7) + (-8) + (-5) + (+9) \\ A &= (+7) + (+9) + (-12) + (-8) + (-5) \\ A &= (+16) + (-25) \\ A &= -9 \end{aligned}$$

Écriture simplifiée

$$\begin{aligned} A &= -12 + 7 - 8 - 5 + 9 \\ A &= -12 + 7 - 8 - 5 + 9 \\ A &= 16 - 25 \\ A &= -9 \end{aligned}$$

2 Comparaison des nombres relatifs

Pour comparer deux nombres relatifs a et b , on utilise les symboles $<$, $>$, \leq et \geq .

Notation	$a < b$	$a > b$	$a \leq b$	$a \geq b$
Signification	a est strictement inférieur à b	a est strictement supérieur à b	a est inférieur ou égal à b	a est supérieur ou égal à b

EXEMPLE : • La notation « $s \leq -3$ » signifie que « le nombre s est inférieur à -3 ou est égal à -3 ».

RÈGLES DE COMPARAISON

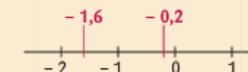
- Un nombre **positif** est toujours supérieur à un nombre **négatif**.
- Si deux nombres sont **négatifs**, alors le **plus grand** est celui qui est le **plus près de zéro**.

EXEMPLES :

• $-1,4$ est négatif et $0,6$ est positif. Donc : $0,6 > -1,4$.

• $-0,2$ et $-1,6$ sont négatifs.

Le nombre $-0,2$ est le plus près de 0. Donc : $-1,6 < -0,2$.



3 Troncature, arrondi d'un nombre positif

EXEMPLE : On considère le nombre $a = 8,62531507$.

• Encadrement du nombre a par deux entiers consécutifs : $8 \leq a < 9$

Ainsi, le nombre a est compris entre les nombres 8 et 9 .



La troncature à l'unité du nombre a est l'un de ces deux nombres : celui qui lui est inférieur ou égal.

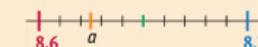
L'arrondi à l'unité du nombre a est l'un de ces deux nombres : celui qui est le plus proche du nombre a .

La troncature à l'unité du nombre a est donc 8 et son arrondi à l'unité est 9 .

Remarque : Par convention, l'arrondi à l'unité du nombre $2,5$ est 3 .

• Encadrement du nombre a par deux nombres ayant un chiffre après la virgule et dont la différence est égale à un dixième : $8,6 \leq a < 8,7$

Ainsi, le nombre a est compris entre $8,6$ et $8,7$.



La troncature au dixième du nombre a est celui de ces deux nombres qui lui est inférieur ou égal.

L'arrondi au dixième du nombre a est celui de ces deux nombres qui est le plus proche du nombre a .

La troncature au dixième du nombre a est donc $8,6$ et son arrondi au dixième est $8,6$.

Remarque : L'arrondi au centième du nombre a est $8,63$.



POINT DE REPÈRE

Pour déterminer l'arrondi au dixième d'un nombre, on regarde son chiffre des centièmes.

- Si ce chiffre est $0, 1, 2, 3$ ou 4 , on arrondit à la **valeur inférieure**.
- Si ce chiffre est $5, 6, 7, 8$ ou 9 , on arrondit à la **valeur supérieure**.