

Les Puissances - Résumé

Les 4 règles fondamentales

$$1) x^a \times x^b = x^{a+b}$$

$$2) \frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$3) (x^a)^b = x^{a \times b}$$

$$4) x^n \times y^n = (x \times y)^n$$

1) Produit de 2 puissances d'un même nombre:

$$x^a \times x^b = x^{a+b}$$

1. Reprendre le nombre
2. Additionner les exposants avec leur signe

$$3^4 \times 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$$

$$5^4 \cdot 5^{-7} = 5^{4-7} = 5^{-3}$$

$$2^3 \cdot 2^{-5} \cdot 2 = 2^{3+(-5)+1} = 2^{3-5+1} = 2^{-1}$$

2) Division de 2 puissances d'un même nombre:

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

1. Reprendre le nombre
2. Soustraire les exposants avec leur signe

$$\frac{5^7}{5^3} = 5^{7-3} = 5^4$$

$$\frac{7^2}{7^5} = 7^{2-5} = 7^{-3}$$

$$\frac{8^4}{8^{-9}} = 8^{4-(-9)} = 8^{4+9} = 8^{13}$$

$$\frac{11^{-5}}{11^{-3}} = 11^{-5-(-3)} = 11^{-5+3} = 11^{-2}$$

3) Puissance d'une puissance:

$$(x^a)^b = x^{a \times b}$$

1. Reprendre le nombre
2. Multiplier les exposants avec leur signe

$$(3^4)^5 = 3^{4 \times 5} = 3^{20}$$

$$(3^4)^{-2} = 3^{4 \times (-2)} = 3^{-8}$$

$$(3^{-2})^5 = 3^{-2 \times 5} = 3^{-10}$$

$$(3^{-7})^{-3} = 3^{-7 \times (-3)} = 3^{21}$$

4) Multiplication de deux nombres différents au même exposant:

$$x^n \times y^n = (x \times y)^n$$

1. Multiplier les deux nombres
2. Conserver l'exposant commun

$$4^3 \times 5^3 = (4 \times 5)^3 = 20^3$$

$$2^5 \times (-5)^5 = (-10)^5$$

$$3^{-2} \times 5^{-2} = 15^{-2}$$

Multiplication et division de puissances d'un même nombre:

1. Reprendre le nombre
2. Additionner les exposants des nombres du numérateur et soustraire ceux du dénominateur

$$\frac{3^2 \cdot 3^5 \cdot 3}{3^3 \cdot 3^2} = 3^{2+5+1-3-2} = 3^3$$

Inverse de 3^2 :

Selon la règle 1 : $3^{-2} \cdot 3^2 = 3^{-2+2} = 3^0 = 1$

Le produit de 3^{-2} par 3^2 donne 1 ; 3^{-2} et 3^2 sont donc 2 nombres inverses.

Selon la théorie, l'inverse de 3^2 est : $\frac{1}{3^2}$

On en déduit que 3^{-2} et $\frac{1}{3^2}$ sont égaux.

On se rappellera donc que le signe « - » devant un exposant signifie « l'inverse de ce nombre »

Exemple :

- l'inverse de 3^2 s'écrit 3^{-2}

- l'inverse de 7^{-5} s'écrit 7^5

Remarques :

Tout nombre élevé à l'exposant 0 est égal à 1 :

$$7^0 = 1$$

Tout nombre élevé à l'exposant 1 est égal à lui-même :

$$13^1 = 13$$

Le produit de 2 inverses est égal à 1 :

$$9 \times \frac{1}{9} = 1$$

$$3^2 \times \frac{1}{3^2} = \frac{3^2}{3^2} = 1$$

Priorité des opérations:

1. D'abord les parenthèses
2. Ensuite les puissances
3. Puis les multiplications/divisions
4. Enfin les additions/soustractions

$$5 - 2 \cdot 11 - 7^2 = 5 - 22 - 49 = -66$$

$$5 - 2 \cdot (11 - 7)^2 = 5 - 2 \cdot 4^2 = 5 - 2 \cdot 16 = 5 - 32 = -27$$

$$(5 - 2) \cdot 11 - 7^2 = 3 \cdot 11 - 49 = 33 - 49 = -16$$

Les puissances de 10 :

$$10^3 = 1000$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

$$10^2 \times 10^3 = 10^5 \quad (\equiv 100 \times 1000 = 100'000)$$

$$\frac{10^2}{10^3} = 10^{2-3} = 10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0,1$$

$$\frac{1}{10^{-5}} = \frac{10^0}{10^{-5}} = 10^{0-(-5)} = 10^5$$

$$\frac{10^{-3}}{10^4} = 10^{-3-4} = 10^{-7}$$