Les Puissances - Résumé

Les 4 règles fondamentales:

1) $x^a \times x^b = x^{a+b}$	-> $2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$	2) $\dfrac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$	-> $\dfrac{2^7}{2^4} = 2^{7-4} = 2^3$
3) $\left(x^a\right)^b = x^{a\times b}$	-> $\left(3^4\right)^5 = 3^{4\times 5} = 3^{20}$	4) $x^n \times y^n = \left(x \times y\right)^n$	-> $5^3 \times 3^3 = \left(5\times 3\right)^3 = 15^3$

1) Produit de 2 puissances d'un même nombre:

$x^a \times x^b = x^{a+b}$

1. Reprendre le nombre commun
2. Additionner les exposants avec leur signe

$3^4 \times 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$ $\quad$ $3^4 \times 3^{-7} = 3^{4+(-7)} = 3^{-3}$ $\quad$ $2^3 \times 2^{-5} \times 2 = 2^{3+(-5)+1} = 2^{3-5+1} = 2^{-1}$

2) Division de 2 puissances d'un même nombre:

$\dfrac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$

1. Reprendre le nombre commun
2. Soustraire les exposants avec leur signe

$\dfrac{5^7}{5^3} = 5^{7-3} = 5^4$ $\quad$ $\dfrac{7^2}{7^5} = 7^{2-5} = 7^{-3}$ $\quad$ $\dfrac{8^4}{8^{-9}} = 8^{4-(-9)} = 8^{4+9} = 8^{13}$ $\quad$ $\dfrac{11^{-5}}{11^{-3}} = 11^{-5-(-3)} = 11^{-5+3} = 11^{-2}$

Remarques :

- Tout nombre élevé à l'exposant 0 est égal à 1.
- Tout nombre élevé à l'exposant 1 est égal à lui-même.

$a^0 = 1$	$a^1 = a$
$3^0 = 1$	$3^1 = 3$
$(-8)^0 = 1$	$(-8)^1 = -8$
$(3{,}25)^0 = 1$	$(3{,}25)^1 = 3{,}25$

Attention : $0^5 = 0$

1) & 2) Multiplication et division de puissances d'un même nombre:

1. Reprendre le nombre commun
2. Additionner les exposants des nombres du numérateur et soustraire ceux du dénominateur

$\dfrac{3^2 \cdot 3^5 \cdot 3}{3^3 \cdot 3^2} = 3^{2+5+1-3-2} = 3^3$ $\quad$ $\dfrac{5^2 \times 5 \times 5^7 \times 5^{-3} \times 5^0 \times 5^{-11}}{5^4 \times 5 \times 5^{-9} \times 5^2} = \dfrac{5^{2+1+7-3+0-11}}{5^{4+1-9+2}} = \dfrac{5^{-4}}{5^{-2}} = 5^{-4-(-2)} = 5^{-2}$

Dans ce 2$^{\text{ème}}$ exemple, il est également possible (et même conseillé) de simplifier les termes 3^2 du numérateur et du dénominateur. Le calcul s'en trouvera facilité.

3) Puissance d'une puissance: $\left(x^a\right)^b = x^{a\times b}$

1. Reprendre le nombre commun
2. Multiplier les exposants avec leur signe

$\left(3^4\right)^5 = 3^{4\times5} = 3^{20}$ $\left(3^4\right)^{-2} = 3^{4\times(-2)} = 3^{-8}$ $\left(3^{-2}\right)^5 = 3^{-2\times5} = 3^{-10}$ $\left(3^{-7}\right)^{-3} = 3^{-7\times(-3)} = 3^{21}$

4) Multiplication de deux nombres différents au même exposant: $x^n \times y^n = \left(x\times y\right)^n$

1. Multiplier les deux nombres
2. Conserver l'exposant commun

$4^3 \times 5^3 = \left(4\times5\right)^3 = 20^3$ $2^5 \times \left(-5\right)^5 = \left(-10\right)^5$ $3^{-2} \times 5^{-2} = 15^{-2}$

Priorité des opérations:

1. D'abord les parenthèses
2. Ensuite les puissances
3. Puis les multiplications/divisions
4. Enfin les additions/soustractions

$$5-2\cdot11-7^2 = 5-22-49 = -66$$
$$5-2\cdot\left(11-7\right)^2 = 5-2\cdot\left(4\right)^2 = 5-2\cdot16 = 5-32 = -27$$
$$\left(5-2\right)\cdot11-7^2 = 3\cdot11-49 = 33-49 = -16$$

Attention :

$$-3^4 = -3\times3\times3\times3 = -81$$
$$\left(-3\right)^4 = \left(-3\right)\times\left(-3\right)\times\left(-3\right)\times\left(-3\right) = 81$$

Inverse de 3^2 :

Rappel : Le produit de 2 inverses est égal à 1 : $9\times\frac{1}{9} = 1$ $3^2\times\frac{1}{3^2} = \frac{3^2}{3^2} = 3^{2-2} = 3^0 = 1$

Selon la règle 1) ci-dessus : $3^{-2}\times3^2 = 3^{-2+2} = 3^0 = 1$

Le produit 3^{-2}de par 3^2 donne donc 1 ; ainsi, 3^{-2} et 3^2 sont 2 nombres inverses.

Selon la théorie, l'inverse de 3^2 est $\frac{1}{3^2}$:

On en déduit que 3^{-2} et $\frac{1}{3^2}$ sont égaux.

On se rappellera donc que le signe « - » devant un exposant signifie « l'inverse de ce nombre ».

Exemple : - l'inverse de 3^2 s'écrit 3^{-2} - l'inverse de 7^{-5} s'écrit 7^5

Inverse de $\left(3/7\right)^5$:

Selon la règle 1) ci-dessus : $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \times \left(\frac{3}{7}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{7}\right)^{5+(-5)} = \left(\frac{3}{7}\right)^0 = 1$

Le produit de $\left(\frac{3}{7}\right)^5$ par $\left(\frac{3}{7}\right)^{-5}$ donne donc 1 ; ainsi, $\left(\frac{3}{7}\right)^5$ et $\left(\frac{3}{7}\right)^{-5}$ sont 2 nombres inverses.

Selon la théorie, l'inverse de $\left(\frac{3}{7}\right)^5$ est : $\frac{1}{\left(\frac{3}{7}\right)^5}$

On en déduit que $\left(\frac{3}{7}\right)^{-5}$ et $\frac{1}{\left(\frac{3}{7}\right)^5}$ sont égaux.

On se rappellera donc que le signe « - » devant un exposant signifie « l'inverse de ce nombre »

Exemple :

- l'inverse de $\left(3/7\right)^5$ s'écrit $\left(3/7\right)^{-5}$
- l'inverse de $\left(-\frac{8}{3}\right)^{-7}$ s'écrit $\left(-\frac{8}{3}\right)^7$

Inverse d'une fraction - remarque importante :

L'inverse de $\left(\frac{3}{7}\right)^5$ est : $\frac{1}{\left(\frac{3}{7}\right)^5}$ Donc : $\frac{1}{\left(\frac{3}{7}\right)^5} = 1 \times \left(\frac{7}{3}\right)^5 = \left(\frac{7}{3}\right)^5$

On en déduit que l'inverse d'une fraction est cette fraction inversée !

Les puissances de 10 :

$10^3 = 1000$

10^3 signifie 1 suivi de 3 « 0 »

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$

10^{-3} signifie qu'il y a 3 chiffres après la virgule

$\frac{10^2}{10^3} = 10^{2-3} = 10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0{,}1$

10^{-1} -> 1 chiffre après la virgule

$10^2 \times 10^3 = 10^5 \quad (\equiv 100 \times 1000 = 100'000)$

10^5 -> 1 suivi de 5 « 0 »

$\frac{1}{10^{-5}} = \frac{10^0}{10^{-5}} = 10^{0-(-5)} = 10^5$

$\frac{10^{-3}}{10^4} = 10^{-3-4} = 10^{-7}$

Remarque concerant les exposants facteurs de 3 :

• 10^{12} = Téra (T) ;	10^{12} Bytes	= 1 TB	= 1'000'000'000'000 B
• 10^9 = Giga (G) ;	10^9 Bytes	= 1 GB	= 1'000'000'000 B
• 10^6 = Méga (M) ;	10^6 Watt	= 1 MW	= 1'000'000 W
• 10^3 = kilo (k) ;	10^3 grammes	= 1 kg	= 1'000 g
• 10^2 = hecto (h) ;	10^2 mètres	= 1 hm	= 100 m
• 10^1 = déca (da) ;	10^1 mètres	= 1 dam	= 10 m
• 10^{-1} = déci (d) ;	10^{-1} litres	= 1 dl	= 0,1 l
• 10^{-2} = centi (c) ;	10^{-2} mètres	= 1 cm	= 0,01 m
• 10^{-3} = milli (m) ;	10^{-3} mètres	= 1 mm	= 0,001 m
• 10^{-6} = micro (μ) ;	10^{-6} mètres	= 1 μm	= 0,000'001 m
• 10^{-9} = nano (n)	10^{-9} = mètres	= 1 nm	= 0,000'000'001 m