

Puissances d'exposant entier relatif – Résolutions S2

10 **sci** Calculer les puissances suivantes :

a) 10^2 ; b) 10^6 ; c) 10^4 ; d) 10^3 ; e) 10^9 .

$a = 10^2 = 100$

$b = 10^6 = 1'000'000$

$c = 10^4 = 10'000$

$d = 10^3 = 1'000$

$e = 10^9 = 1'000'000'000$

11 Exprimer chaque nombre sous la forme 10^n , où n est un nombre entier positif.

- a) 10 000 000 000; b) 10; c) un;
d) 100 000 000; e) cent mille; f) un million.

$a = 10'000'000'000 = 10^{10}$

$b = 10 = 10^1$

$c = \text{un} = 10^0$

$d = 100'000'000 = 10^8$

$e = \text{cent mille} = 10^5$

$f = \text{un million} = 10^6$

12 **sci** Donner l'écriture décimale de :

- a) 10^{-2} ; b) 10^{-6} ; c) 10^{-4} ; d) 10^{-1} .

$a = 10^{-2} = 0,01$

$b = 10^{-6} = 0,000\,001$

$c = 10^{-4} = 0,0001$

$d = 10^{-1} = 0,1$

13 Exprimer chaque nombre sous la forme 10^n , où n est un nombre entier relatif.

- a) 0,000 01; b) 0,1; c) 0,000 000 1.

$a = 0,000\,01 = 10^{-5}$

$b = 0,1 = 10^{-1}$

$c = 0,000\,000\,01 = 10^{-7}$

● sc2 Pour les exercices 14 à 16, exprimer chaque expression sous la forme 10^n , où n est un nombre entier relatif.

14 $A = 10^4 \times 10^7$; $B = 10^{-5} \times 10^8$;
 $C = 10^{-10} \times 10^3$; $D = 10^{-4} \times 10^{-9}$.

$A = 10^4 \times 10^7 = 10^{4+7} = 10^{11}$

$B = 10^{-5} \times 10^8 = 10^{-5+8} = 10^3$

$C = 10^{-10} \times 10^3 = 10^{-10+3} = 10^{-7}$

$D = 10^{-4} \times 10^{-9} = 10^{-4+(-9)} = 10^{-13}$

15 $A = \frac{10^8}{10^5}$; $B = \frac{10^{-13}}{10^9}$; $C = \frac{10^7}{10^{-4}}$; $D = \frac{10^{-2}}{10^{-3}}$.

$A = \frac{10^8}{10^5} = 10^{8-5} = 10^3$

$B = \frac{10^{-13}}{10^9} = 10^{-13-9} = 10^{-22}$

$C = \frac{10^7}{10^{-4}} = 10^{7-(-4)} = 10^{7+4} = 10^{11}$

$D = \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10^{-2-(-3)} = 10^{-2+3} = 10^1$

16 $A = (10^4)^3$; $B = (10^3)^4$; $C = (10^5)^{-4}$;
 $D = (10^{-3})^6$; $E = (10^{-2})^{-7}$; $F = (10^0)^{15}$.

$A = (10^4)^3 = 10^{4 \times 3} = 10^{12}$

$B = (10^3)^4 = 10^{3 \times 4} = 10^{12}$

$C = (10^5)^{-4} = 10^{5 \times (-4)} = 10^{-20}$

$D = (10^{-3})^6 = 10^{-3 \times 6} = 10^{-18}$

$E = (10^{-2})^{-7} = 10^{-2 \times (-7)} = 10^{14}$

$F = (10^0)^{15} = 10^{0 \times 15} = 10^0$

● Pour les exercices 17 et 18, donner l'écriture scientifique de chaque nombre.

- 17** a) 123 ; b) 1425 ; c) 158 469 ;
d) 3,691 ; e) 1 567,4 ; f) 47×10^2 .

$$a = 123 = 1,23 \times 10^2$$

$$b = 1'425 = 1,425 \times 10^3$$

$$c = 158'469 = 1,58469 \times 10^5$$

$$d = 3,691 = 3,691 \times 10^0$$

$$e = 1'567,4 = 1,5674 \times 10^3$$

$$f = 47 \times 10^2 = 4,7 \times 10^1 \times 10^2 = 4,7 \times 10^3$$

- 18** a) 0,32 ; b) 0,013 21 ; c) 0,000 2 ;
d) 0,000 053 ; e) 0,000 000 003 ; f) 47×10^{-2} .

$$a = 0,32 = 3,2 \times 10^{-1}$$

$$b = 0,01321 = 1,321 \times 10^{-2}$$

$$c = 0,000 2 = 2 \times 10^{-4}$$

$$d = 0,000 053 = 5,3 \times 10^{-5}$$

$$e = 0,000 000 003 = 3 \times 10^{-9}$$

$$f = 47 \times 10^{-2} = 4,7 \times 10^1 \times 10^{-2} = 4,7 \times 10^{-1}$$

● sc2 Pour les exercices 32 et 33, écrire chaque produit sous la forme 10^n , où n est un nombre entier relatif.

- 32** a) $10^5 \times 10^9$; b) $10^4 \times 10^6$;
c) $10^3 \times 10^0$; d) $10 \times 10^8 \times 10^2$.

$$a = 10^5 \times 10^9 = 10^{5+9} = 10^{14}$$

$$b = 10^4 \times 10^6 = 10^{4+6} = 10^{10}$$

$$c = 10^3 \times 10^0 = 10^{3+0} = 10^3$$

$$d = 10 \times 10^8 \times 10^2 = 10^{1+8+2} = 10^{11}$$

- 33** a) $10^{-3} \times 10^7$; b) $10^{-2} \times 10^5$;
c) $10^{-5} \times 10^{-6}$; d) $10^9 \times 10^{-9}$.

$$a = 10^{-3} \times 10^7 = 10^{-3+7} = 10^4$$

$$b = 10^{-2} \times 10^5 = 10^{-2+5} = 10^3$$

$$c = 10^{-5} \times 10^{-6} = 10^{-5+(-6)} = 10^{-11}$$

$$d = 10^9 \times 10^{-9} = 10^{9+(-9)} = 10^0$$

● sc2 Pour les exercices 34 et 35, écrire chaque quotient sous la forme 10^n , où n est un nombre entier relatif.

- 34** a) $\frac{10^5}{10^3}$; b) $\frac{10^7}{10^2}$; c) $\frac{10^{18}}{10^6}$;
d) $\frac{10^{-3}}{10^2}$; e) $\frac{10^{-2}}{10^5}$; f) $\frac{10^{-8}}{10^3}$.

$$a = \frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2$$

$$b = \frac{10^7}{10^2} = 10^{7-2} = 10^5$$

$$c = \frac{10^{18}}{10^6} = 10^{18-6} = 10^{12}$$

$$d = \frac{10^{-3}}{10^2} = 10^{-3-2} = 10^{-5}$$

$$e = \frac{10^{-2}}{10^5} = 10^{-2-5} = 10^{-7}$$

$$f = \frac{10^{-8}}{10^3} = 10^{-8-3} = 10^{-11}$$

- 35** a) $\frac{10^5}{10^{-4}}$; b) $\frac{10^7}{10^{-3}}$; c) $\frac{10^2}{10^{-6}}$;
d) $\frac{10^{-8}}{10^{-3}}$; e) $\frac{10^{-2}}{10^{-7}}$; f) $\frac{10^{-5}}{10^{-14}}$.

$$a = \frac{10^5}{10^{-4}} = 10^{5-(-4)} = 10^{5+4} = 10^9$$

$$b = \frac{10^7}{10^{-3}} = 10^{7-(-3)} = 10^{7+3} = 10^{10}$$

$$c = \frac{10^2}{10^{-6}} = 10^{2-(-6)} + 10^{2+6} = 10^8$$

$$d = \frac{10^{-8}}{10^{-3}} = 10^{-8-(-3)} = 10^{-8+3} = 10^{-5}$$

$$e = \frac{10^{-2}}{10^{-7}} = 10^{-2-(-7)} = 10^{-2+7} = 10^5$$

$$f = \frac{10^{-5}}{10^{-14}} = 10^{-5-(-14)} = 10^{-5+14} = 10^9$$

36 **sc2** Écrire chaque puissance sous la forme 10^n , où n est un nombre entier relatif.

- a) $(10^3)^2$; b) $(10^7)^8$; c) $(10^{-5})^3$;
d) $(10^8)^{-6}$; e) $(10^{-3})^{-2}$; f) $(10^0)^{-5}$.

$$a = (10^3)^2 = 10^{3 \times 2} = 10^6$$

$$b = (10^7)^8 = 10^{7 \times 8} = 10^{56}$$

$$c = (10^{-5})^3 = 10^{-5 \times 3} = 10^{-15}$$

$$d = (10^8)^{-6} = 10^{8 \times (-6)} = 10^{-48}$$

$$e = (10^{-3})^{-2} = 10^{-3 \times (-2)} = 10^6$$

$$f = (10^0)^{-5} = 10^{0 \times (-5)} = 10^0$$

● Pour les exercices 38 à 41, écrire chaque expression sous la forme 10^n , où n est un nombre entier relatif.

38 $A = \frac{10^{15} \times 10^2}{10^3 \times 10^7}; \quad B = \frac{10^8}{10^{11} \times 10^5}.$

$$A = \frac{10^{15} \times 10^2}{10^3 \times 10^7} = 10^{15+2-3-7} = 10^7$$

$$B = \frac{10^8}{10^{11} \times 10^5} = 10^{8-11-5} = 10^{-8}$$

Autre solution : résoudre d'abord le numérateur, puis le dénominateur, et enfin la fraction restante.

$$A = \frac{10^{15} \times 10^2}{10^3 \times 10^7} = \frac{10^{15+2}}{10^{3+7}} = \frac{10^{17}}{10^{10}} = 10^{17-10} = 10^7$$

$$B = \frac{10^8}{10^{11} \times 10^5} = \frac{10^8}{10^{11+5}} = \frac{10^8}{10^{16}} = 10^{8-16} = 10^{-8}$$

40 $E = \frac{(10^{-5})^2}{10^7 \times 10^{-3}}; \quad F = \frac{10^{-7} \times 10^{-13}}{(10^5)^3}.$

$$E = \frac{(10^{-5})^2}{10^7 \times 10^{-3}} = \frac{10^{-10}}{10^4} = 10^{-10-4} = 10^{-14}$$

$$F = \frac{10^{-7} \times 10^{-13}}{(10^5)^3} = \frac{10^{-7+(-13)}}{10^{5 \times 3}} = 10^{-20-15} = 10^{-35}$$

● Pour les exercices 42 à 45, donner l'écriture scientifique de chaque nombre.

- 42** a) 123 000; b) 0,000 45;
c) 45 300 000; d) 0,000 000 17.

$$a = 123'000 = 1,23 \times 10^5$$

$$b = 0,000\,45 = 4,5 \times 10^{-4}$$

$$c = 45'300'000 = 4,53 \times 10^7$$

$$d = 0,000\,000\,17 = 1,7 \times 10^{-7}$$

- 43** a) 17 600; b) 0,000 081 24;
c) 465 000 000; d) 0,000 000 003.

$$a = 17'600 = 1,76 \times 10^4$$

$$b = 0,000\,081\,24 = 8,124 \times 10^{-5}$$

$$c = 465'000'000 = 4,65 \times 10^8$$

$$d = 0,000\,000\,003 = 3 \times 10^{-9}$$

- 44** a) 678×10^4 ; b) 91×10^{-3} ;
c) $357,4 \times 10^6$; d) $0,025 \times 10^{-5}$.

$$a = 678 \times 10^4 = 6,78 \times 10^2 \times 10^4 = 6,78 \times 10^6$$

$$b = 91 \times 10^{-3} = 9,1 \times 10^1 \times 10^{-3} = 9,1 \times 10^{-2}$$

$$c = 357,4 \times 10^6 = 3,574 \times 10^2 \times 10^6 = 3,574 \times 10^8$$

$$d = 0,025 \times 10^{-5} = 2,5 \times 10^{-2} \times 10^{-5} = 2,5 \times 10^{-7}$$

- 45** a) $4\,528,7 \times 10^{-2}$; b) $0,356 \times 10^5$;
c) $428\,325,78 \times 10^{-5}$; d) $0,005\,068 \times 10^{-8}$.

$$a = 4'\,528,7 \times 10^{-2} = 4,5287 \times 10^3 \times 10^{-2}$$

$$= 4,5287 \times 10^1$$

$$b = 0,356 \times 10^5 = 3,56 \times 10^{-1} \times 10^5$$

$$= 3,56 \times 10^4$$

$$c = 428\,325,78 \times 10^{-5} = 4,283\,2578 \times 10^5 \times 10^{-5}$$

$$= 4,283\,2578 \times 10^0$$

$$d = 0,005\,068 \times 10^{-8} = 5,068 \times 10^{-3} \times 10^{-8}$$

$$= 5,068 \times 10^{-11}$$

49 Écrire chaque nombre sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.

$$\begin{array}{ll} A = 141\,000; & B = 85\,000\,000\,000; \\ C = 0,000\,2; & D = 0,000\,000\,000\,45. \end{array}$$

$$A = 141'000 = 141 \times 10^3$$

$$B = 85'000'000'000 = 85 \times 10^9$$

$$C = 0,000\,2 = 2 \times 10^{-4}$$

$$D = 0,000\,000\,000\,45 = 45 \times 10^{-11}$$

62 Calculer chaque expression.

$$A = 10^2 + 10^{-2}; \quad B = 10^2 \times 10^{-2};$$

$$C = 10^2 - 10^{-2}; \quad D = \frac{10^2}{10^{-2}}.$$

$$A = 10^2 + 10^{-2} = 100 + 0,01 = 100,01$$

$$B = 10^2 \times 10^{-2} = 10^{2+(-2)} = 10^0 = 1$$

$$C = 10^2 - 10^{-2} = 100 - 0,01 = 99,99$$

$$D = \frac{10^2}{10^{-2}} = 10^{2-(-2)} = 10^4 = 10'000$$

63 Calculer cette expression, puis donner son écriture scientifique :

$$C = \frac{49 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}}$$

J'ai regroupé toutes les puissances de 10.

$$\begin{aligned} C &= \frac{49 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}} = \frac{7 \cdot 7 \times 2 \cdot 3 \times 10^{3+(-10)}}{7 \cdot 2 \times 10^{-2}} \\ &= \frac{7 \times 3 \times 10^{-7}}{10^{-2}} = 21 \times 10^{-7-(-2)} = 2,1 \cdot 10^1 \times 10^{-5} \\ &= 2,1 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

69 On donne l'expression numérique suivante :

$$A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$$

1) Donner l'écriture décimale du nombre A .

2) Donner l'écriture scientifique du nombre A .

3) Écrire le nombre A sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.

4) Écrire le nombre A sous la forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

$$\begin{aligned} 1) \quad A &= 2 \cdot 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} \\ &= 200 + 10 + 0,1 + 0,02 = 210,12 \end{aligned}$$

$$2) \quad A = 210,12 = 2,1012 \cdot 10^2$$

$$3) \quad A = 210,12 = 21012 \cdot 10^{-2}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad A &= 210,12 = 210 + 0,12 = 210 + \frac{12}{100} \\ &= 210 + \frac{3}{25} \end{aligned}$$