

Puissances d'exposant entier relatif – Résolutions S1

1 Compléter chaque phrase.

- a) Le produit de 5 facteurs égaux à 7 est égal à ... exposant
 b) $7,5^6$ est le produit de ... facteurs égaux à
 c) Le produit de ... facteurs égaux à ... est $(-4)^{10}$.
 d) $(-3,2)^5$ est le ... de ... facteurs égaux à

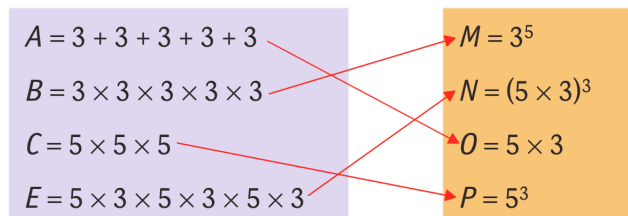
- a) Le produit de 5 facteurs égaux à 7 est égal à 7^5
 b) $7,5^6$ est le produit de 6 facteurs égaux à 7,5
 c) Le produit de 10 facteurs égaux à (-4) est $(-4)^{10}$
 d) $(-3,2)^5$ est le produit de 5 facteurs égaux à $(-3,2)$

2 Exprimer chaque produit sous la forme a^n , où a est un nombre relatif et n un entier positif.

- a) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$;
 b) $1,3 \times 1,3 \times 1,3$;
 c) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$;
 d) $\frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$.

- a) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$
 b) $1,3 \times 1,3 \times 1,3 = 1,3^3$
 c) $-1 \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = (-1)^5$
 d) $\frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^8$

3 Associer chaque expression du tableau violet à l'expression du tableau orange, qui lui est égale.



4 **sci** Calculer chaque nombre.

- a) 2^2 ; b) 3^3 ; c) 2^1 ; d) 3^2 ; e) 0^9 ;
 f) 5^2 ; g) 17^0 ; h) 3^4 ; i) 2^5 ; j) 4^3 .

$a = 2^2 = 4$ $b = 3^3 = 27$ $c = 2^1 = 2$
 $d = 3^2 = 9$ $e = 0^9 = 0$ $f = 5^2 = 25$
 $g = 17^0 = 1$ $h = 3^4 = 81$ $i = 2^5 = 32$
 $j = 4^3 = 64$

5 **sci** Calculer chaque nombre.

- a) $(-2)^2$; b) $(-3)^4$; c) $(-4)^2$; d) $(-5)^1$;
 e) $(-1)^4$; f) $(-1)^5$; g) $(-15)^0$; h) $(-15)^1$.

$a = (-2)^2 = 4$ $b = (-3)^4 = 81$ $c = (-4)^2 = 16$
 $d = (-5)^1 = -5$ $e = (-1)^4 = 1$ $f = (-1)^5 = -1$
 $g = (-15)^0 = 1$ $h = (-15)^1 = -15$

Remarque 1 : $-2^2 \neq (-2)^2$

a) $-2^2 = -(2 \times 2) = -4$

b) $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$

a) sans parenthèses, seul le nombre est au carré.

b) le nombre et son signe sont au carré (c'est toute la parenthèse qui est élevée au carré).

Remarque 2 : tout nombre élevé à l'exposant 0 est égal à 1

6 Donner le signe de chaque nombre.

Justifier chaque réponse.

- a) $(-14)^6$; b) $(-7)^{21}$; c) -15^2 ; d) -1^{13} .

- a) positif l'exposant est pair, il y a donc un nombre paire de signes « - ».
 b) négatif l'exposant est impair, il y a donc un nombre impaire de signes « - ».
 c) négatif le nbre élevé au carré est précédé d'un signe « - » qui n'est pas élevé au carré.
 d) négatif le nbre élevé à l'exposant 15 est précédé d'un signe « - ».

7 Exprimer chaque nombre sous la forme a^{-n} , où a est un nombre relatif et n un entier positif.

a) $\frac{1}{3^7}$; **b)** $\frac{1}{5^9}$; **c)** $\frac{1}{(-6)^4}$;

d) l'inverse de 7^3 ; **e)** l'inverse de $(-4)^5$.

$$a = \frac{1}{3^7} = 3^{-7}$$

$$b = \frac{1}{5^9} = 5^{-9}$$

$$c = \frac{1}{(-6)^4} = (-6)^{-4}$$

$$d = \frac{1}{7^3} = 7^{-3}$$

$$e = \frac{1}{(-4)^5} = (-4)^{-5}$$

8 sci Calculer les puissances suivantes :

a) 2^{-3} ; **b)** 2^{-4} ; **c)** 3^{-3} ; **d)** 5^{-2} ;
e) 2^{-1} ; **f)** 9^{-1} ; **g)** $(-2)^{-3}$; **h)** $(-1)^{-3}$.

$$a = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$b = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$c = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$d = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$e = 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

$$f = 9^{-1} = \frac{1}{9^1} = \frac{1}{9}$$

$$g = (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$$

$$h = (-1)^{-3} = \frac{1}{(-1)^3} = -1$$

● Pour les exercices 19 à 23, écrire chaque nombre sous la forme a^n , où a est un nombre relatif et n un nombre entier relatif.

19 a) $2^4 \times 2^2$; **b)** $5^3 \times 5^6$; **c)** $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$.

$$a = 2^4 \times 2^2 = 2^{4+2} = 2^6$$

$$b = 5^3 \times 5^6 = 5^{3+6} = 5^9$$

$$c = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{5+2} = \left(\frac{2}{3}\right)^7$$

20 a) $1,3^6 \times 1,3^3$; **b)** $2,4^2 \times 2,4^6$; **c)** $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \frac{3}{5}$.

$$a = 1,3^6 \times 1,3^3 = 1,3^{6+3} = 1,3^9$$

$$b = 2,4^2 \times 2,4^6 = 2,4^{2+6} = 2,4^8$$

$$c = \left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}\right)^{4+1} = \left(\frac{3}{5}\right)^5$$

21 a) $7^{-2} \times 7^5$; **b)** $9^{-3} \times 9^6$; **c)** $(-6)^7 \times (-6)^{12}$.

$$a = 7^{-2} \times 7^5 = 7^{-2+5} = 7^3$$

$$b = 9^{-3} \times 9^6 = 9^{-3+6} = 9^3$$

$$c = (-6)^7 \times (-6)^{12} = (-6)^{7+12} = (-6)^{19}$$

22 a) $\frac{5^6}{5^2}$; **b)** $\frac{3^4}{3^3}$; **c)** $\frac{(-4)^7}{(-4)^6}$; **d)** $\frac{9^4}{9}$.

$$a = \frac{5^6}{5^2} = 5^{6-2} = 5^4$$

$$b = \frac{3^4}{3^3} = 3^{4-3} = 3^1 (= 3)$$

$$c = \frac{(-4)^7}{(-4)^6} = (-4)^{7-6} = (-4)^1 (= -4)$$

$$d = \frac{9^4}{9} = 9^{4-1} = 9^3$$

23 a) $\frac{2^7}{2^4}$; **b)** $\frac{8^4}{8^4}$; **c)** $\frac{(-6)^4}{(-6)^3}$; **d)** $\frac{(-0,7)^3}{(-0,7)^2}$.

$$a = \frac{2^7}{2^4} = 2^{7-4} = 2^3$$

$$b = \frac{8^4}{8^4} = 8^{4-4} = 8^0 (= 1)$$

$$c = \frac{(-6)^4}{(-6)^3} = (-6)^{4-3} = (-6)^1 (= -6)$$

$$d = \frac{(-0,7)^3}{(-0,7)^2} = (-0,7)^{3-2} = (-0,7)^1 (= -0,7)$$

24 Voici le travail réalisé par Justin :

Écrire $\frac{2^4}{2^6}$ sous la forme 2^n , où n est un nombre entier relatif.

$$\frac{2^4}{2^6} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2}$$

- Expliquer pourquoi Justin n'a pas répondu à la consigne.

Il n'a pas répondu à la consigne, car le résultat n'est pas sous la forme 2^n . Le résultat correct est donc 2^{-2} .

- Pour les exercices 25 à 29, écrire chaque nombre sous la forme a^n , où a est un nombre relatif et n un nombre entier relatif.

25 a) $\frac{3^{-4}}{3^2}$; b) $\frac{(-4)^{-3}}{(-4)^3}$; c) $\frac{2^{-5}}{2^3}$; d) $\frac{7^{-4}}{7^4}$.

$$a = \frac{3^{-4}}{3^2} = 3^{-4-2} = 3^{-6}$$

$$b = \frac{(-4)^{-3}}{(-4)^3} = (-4)^{-3-3} = (-4)^{-6}$$

$$c = \frac{2^{-5}}{2^3} = 2^{-5-3} = 2^{-8}$$

$$d = \frac{7^{-4}}{7^4} = 7^{-4-4} = 7^{-8}$$

26 a) $\frac{3^4}{3^{-2}}$; b) $\frac{4^5}{4^{-3}}$; c) $\frac{(-2)^3}{(-2)^{-2}}$; d) $\frac{(-3)^2}{(-3)^{-4}}$.

$$a = \frac{3^4}{3^{-2}} = 3^{4-(-2)} = 3^6$$

$$b = \frac{4^5}{4^{-3}} = 4^{5-(-3)} = 4^8$$

$$c = \frac{(-2)^3}{(-2)^{-2}} = (-2)^{3-(-2)} = (-2)^5$$

$$d = \frac{(-3)^2}{(-3)^{-4}} = (-3)^{2-(-4)} = (-3)^6 = 3^6$$

27 a) $4^2 \times 3^2$; b) $(-5)^3 \times (-7)^3$; c) $(-2)^5 \times 7^5$.

$$a = 4^2 \times 3^2 = (4 \times 3)^2 = 12^2$$

$$b = (-5)^3 \times (-7)^3 = (-5 \times (-7))^3 = 35^3$$

$$c = (-2)^5 \times 7^5 = (-2 \times 7)^5 = -14^5$$

28 a) $2^{-3} \times 4^{-3}$; b) $(-6)^{-4} \times 9^{-4}$; c) $(-5)^2 \times (-9)^{-2}$.

$$a = 2^{-3} \times 4^{-3} = (2 \times 4)^{-3} = 8^{-3}$$

$$b = (-6)^{-4} \times 9^{-4} = (-6 \times 9)^{-4} = (-54)^{-4}$$

$$c = (-5)^2 \times (-9)^{-2} = \frac{(-5)^2}{(-9)^2} = \left(\frac{-5}{-9}\right)^2 = 0,41^2$$

En réalité, il y a sans doute une erreur d'impression à l'exercice c). Il faut sans doute lire :

$$c_1 = (-5)^2 \times (-9)^2 = (-5 \times (-9))^2 = 45^2$$

ou :

$$c_1 = (-5)^{-2} \times (-9)^{-2} = (-5 \times (-9))^{-2} = 45^{-2}$$

29 a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times 3^4$; c) $\left(\frac{7}{5}\right)^3 \times \left(\frac{1}{7}\right)^3$.

$$a = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 7}\right)^2 = \left(\frac{3}{14}\right)^2$$

$$b = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times 3^4 = \left(\frac{2 \times 3}{3}\right)^4 = 2^4$$

$$c = \left(\frac{7}{5}\right)^3 \times \left(\frac{1}{7}\right)^3 = \left(\frac{7 \times 1}{5 \times 7}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

30

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$



Justifier que Maréva a raison.

Le signe « - » devant l'exposant 3 s'ignifie « l'inverse de ».

$$\text{Ainsi : } \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = 1 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

31 Écrire chaque nombre sous la forme a^n , où a est un nombre relatif et n un nombre entier positif.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$; b) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-4}$; c) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-3}$.

$$a = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = 1 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$b = \left(\frac{5}{6}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{5}{6}\right)^4} = 1 \times \left(\frac{6}{5}\right)^4 = \left(\frac{6}{5}\right)^4$$

$$c = \left(-\frac{2}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{7}\right)^3} = 1 \times \left(-\frac{7}{2}\right)^3 = \left(-\frac{7}{2}\right)^3$$