

**19** **SC1** Calculer les sommes suivantes

$$A = \frac{5}{4} + \frac{7}{8};$$

$$B = \frac{-2}{5} + \frac{7}{15};$$

$$C = \frac{8}{18} + \frac{-7}{6};$$

$$D = \frac{-5}{32} + \frac{-3}{8}.$$

$$A = \frac{5}{4} + \frac{7}{8} = \frac{10+7}{8} = \frac{17}{8}$$

$$B = \frac{-2}{5} + \frac{7}{15} = \frac{-6+7}{15} = \frac{1}{15}$$

$$C = \frac{8}{18} + \frac{-7}{6} = \frac{8-21}{18} = \frac{-13}{18}$$

$$D = \frac{-5}{32} + \frac{-3}{8} = \frac{-5-12}{32} = \frac{-17}{32}$$

Remarque sur l'exercice C :

En principe, il faudrait simplifier par 2 la fraction 8/18 et la remplacer par 4/9. Cela n'aurait cependant aucune incidence sur le dénominateur commun qui resterait 18.

**28** Simplifier, puis calculer les produits

$$A = \frac{25}{21} \times \frac{14}{15};$$

$$B = \frac{21}{-6} \times \frac{-9}{56};$$

$$C = -\frac{49}{63} \times \frac{-9}{-28};$$

$$D = \frac{18}{15} \times \frac{75}{-16}.$$

$$A = \frac{25}{21} \times \frac{14}{15} = \frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 7} \times \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{5 \times 2}{3 \times 3} = \frac{10}{9}$$

$$B = \frac{21}{-6} \times \frac{-9}{56} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 3} \times \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 7} = \frac{3 \times 3}{2 \times 8} = \frac{9}{16}$$

$$C = -\frac{49}{63} \times \frac{-9}{-28} = -\frac{7 \cdot 7}{9 \cdot 7} \times \frac{9}{4 \cdot 7} = -\frac{1}{4}$$

$$D = \frac{18}{15} \times \frac{75}{-16} = -\frac{2 \cdot 9}{15} \times \frac{5 \cdot 15}{2 \cdot 8} = -\frac{9 \times 5}{8} = -\frac{45}{8}$$

**35** Mettre les fractions suivantes avec le même dénominateur 18 :

$$\frac{-5}{6} \quad | \quad \frac{7}{-9} \quad | \quad \frac{-2}{3} \quad | \quad \frac{-1}{-2}$$

$$\frac{-5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{-15}{18} \quad \frac{7 \cdot (-2)}{-9 \cdot (-2)} = \frac{-14}{18}$$

$$\frac{-2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{-12}{18} \quad \frac{-1 \cdot (-9)}{-2 \cdot (-9)} = \frac{9}{18}$$

Simplifier ces fractions :

**37** a)  $\frac{126}{162}$  ; b)  $\frac{75}{-60}$  ; c)  $\frac{-98}{-42}$  ; d)  $\frac{-72}{104}$ .

$$a) \frac{126}{162} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{7}{3 \cdot 3} = \frac{7}{9}$$

$$b) \frac{75}{-60} = -\frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{5}{2 \cdot 2} = -\frac{5}{4}$$

$$c) \frac{-98}{-42} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{7}{3}$$

$$d) \frac{-72}{104} = -\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13} = -\frac{9}{13}$$

**40** 1) Quel est le chiffre des unités de chacun des produits  $17 \times 48$  et  $65 \times 13$  ?

2) Sans effectuer de nouvelle opération, peut-on savoir si les nombres  $\frac{17}{65}$  et  $\frac{13}{48}$  sont égaux ? Justifier la réponse.

1)

Le chiffre de l'unité de  $17 \times 48$  est 6

Le chiffre de l'unité de  $65 \times 13$  est 5

2)

Les 2 fractions proposées ne sont pas égales puisque les produits en croix ne sont pas égaux ; en effet leur chiffre de l'unité sont 6 et 5.

**42** En utilisant les produits en croix, proposer une valeur du nombre  $t$  qui vérifie l'égalité :  $\frac{2}{t} = \frac{t}{8}$ .

$$2 \cdot 8 = t^2 \quad \rightarrow \quad t^2 = 16 \quad \text{Donc : } \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \left( = \frac{1}{2} \right)$$

$$t = 4$$

**44** Calculer les expressions suivantes :

a)  $-\frac{4}{21} - \left(-\frac{9}{7}\right)$ ;    b)  $\frac{5}{6} - \left(-\frac{1}{7}\right)$ ;    c)  $-\frac{7}{6} + \frac{4}{9}$ .

$$A = -\frac{4}{21} - \left(-\frac{9}{7}\right) = \frac{-4+27}{21} = \frac{23}{21}$$

$$B = \frac{5}{6} - \left(-\frac{1}{7}\right) = \frac{35+6}{42} = \frac{41}{42}$$

$$C = -\frac{7}{6} + \frac{4}{9} = \frac{-21+8}{18} = -\frac{13}{18}$$

**47** Un neuvième d'un terrain représente un chemin. Les cinq douzièmes de ce terrain sont occupés par la maison et le reste est le jardin.

- Calculer la proportion du terrain que représente le jardin.

- $1/9$  = chemin
- $5/12$  = maison
- Reste = jardin

$$\text{Calcul du reste : } 1 - \frac{1}{9} - \frac{5}{12} = \frac{36-4-15}{36} = \frac{17}{36}$$

Le jardin représente donc les  $17/36^e$  du terrain.

Autre solution (qui nous prépare au chapitre 4) :  
Soit  $x$ , l'aire du terrain :

$$\text{Reste : } R = x - \frac{x}{9} - \frac{5x}{12} = \frac{36x-4x-15x}{36} = \frac{17x}{36}$$

**51** Calculer et donner le résultat sous la forme la plus simple possible.

a)  $\frac{-15}{8} \times \frac{27}{-12} \times \frac{-7}{5}$ ;    b)  $\frac{-6}{-8} \times \frac{-10}{-9} \times \frac{56}{3}$ .

$$A = \frac{-15}{8} \times \frac{27}{-12} \times \frac{-7}{5} = -\frac{3 \cdot 5 \times 27 \times 7}{8 \times 3 \cdot 4 \times 5} = -\frac{27 \times 7}{8 \times 4} = -\frac{189}{32}$$

$$B = \frac{-6}{-8} \times \frac{-10}{-9} \times \frac{56}{3} = \frac{2 \cdot 3 \times 10 \times 8 \cdot 7}{8 \times 9 \times 3} = \frac{2 \times 10 \times 7}{9} = \frac{140}{9}$$

**53** Les  $\frac{4}{5}$  des ressources documentaires d'une médiathèque sont composées de livres.

Les  $\frac{2}{3}$  de ces livres sont pour les adultes et le reste pour les enfants.

J'ai calculé  
 $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$



- 1) Calculer la proportion de livres pour les adultes.
- 2) Calculer de deux façons différentes la proportion de livres pour les enfants.

$4/5$  du tout = livres

$2/3$  des livres = livres pour adultes

Le reste = livres pour enfants

1) Livres pour adultes :  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

2a) Livres pour enfants, méthode 1 :

Si les  $2/3$  des livres sont pour adultes, le reste, soit  $1/3$ , sont des livres pour enfants.

$$\text{Livres pour enfants : } \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$$

2b) Livres pour enfants, méthode 2 :

Les  $4/5$  représentent tous les livres et les  $8/15$  représentent les livres pour adultes. La différence entre les deux représente donc les livres pour enfants.

$$\text{Livres pour enfants : } \frac{4}{5} - \frac{8}{15} = \frac{12-8}{15} = \frac{4}{15}$$

**57** a)  $\frac{5}{7} : \frac{15}{8}$ ;      b)  $\frac{-4}{25} : \frac{7}{15}$ ;  
 c)  $\frac{24}{6} : \left(-\frac{9}{11}\right)$ ;      d)  $\frac{-11}{-18} : \frac{-8}{15}$ ;  
 e)  $18 : \frac{-3}{5}$ ;      f)  $\frac{-21}{28} : \frac{4}{9}$ .

$$A = \frac{5}{7} : \frac{15}{8} = \frac{5}{7} \times \frac{8}{3 \cdot 5} = \frac{8}{21}$$

$$B = \frac{-4}{25} : \frac{7}{15} = -\frac{4}{5 \cdot 5} \times \frac{3 \cdot 5}{7} = -\frac{12}{35}$$

$$C = \frac{24}{6} : \left(-\frac{9}{11}\right) = \frac{4 \cdot 6}{6} \times \frac{11}{9} = -\frac{44}{9}$$

$$D = \frac{-11}{-18} : \frac{-8}{15} = -\frac{11}{3 \cdot 6} \times \frac{3 \cdot 5}{8} = -\frac{55}{48}$$

$$E = 18 : \frac{-3}{5} = -3 \cdot 6 \times \frac{5}{3} = -30$$

$$F = -\frac{21}{28} : \frac{4}{9} = -\frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} \times \frac{9}{4} = -\frac{27}{16}$$

**65** On donne :  $r = \frac{4}{5}$ ,  $s = -2$  et  $t = -\frac{5}{4}$   
 Calculer ces expressions :

a)  $r + s - t$ ;      b)  $r \times s : t$ ;  
 c)  $\frac{r - s}{t}$ ;      d)  $\frac{r}{t - s}$ .

$$A = \frac{4}{5} + (-2) - \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{16 - 40 + 25}{20} = \frac{1}{20}$$

$$B = \frac{4}{5} \times (-2) : \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{8}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{32}{25}$$

$$C = \frac{\frac{4}{5} - (-2)}{-\frac{5}{4}} = \frac{4 + 10}{5} \times \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{14}{5} \times \frac{4}{5} = -\frac{56}{25}$$

$$D = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{5}{4} - (-2)} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{-5 + 8}{4}} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{15}$$

**68**  $A = \frac{9}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$ ;

$$B = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \times \frac{9}{16}$$
;

$$C = \frac{8}{3} - \frac{5}{7} : \frac{20}{21}$$
;

$$D = \frac{1}{7} + \frac{6}{5} : \frac{12}{35}$$
.

J'ai respecté les priorités opératoires.



$$A = \frac{9}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{11}{4} = \frac{9}{5} + \frac{11}{10} = \frac{18 + 11}{10} = \frac{29}{10}$$

$$B = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \times \frac{9}{16} = \frac{8}{3} - \frac{3}{2} = \frac{16 - 9}{6} = \frac{7}{6}$$

$$C = \frac{8}{3} - \frac{5}{7} : \frac{20}{21} = \frac{8}{3} - \frac{5}{7} \times \frac{21}{20} = \frac{8}{3} - \frac{3}{4} = \frac{32 - 9}{12} = \frac{23}{12}$$

$$D = \frac{1}{7} + \frac{6}{5} : \frac{12}{35} = \frac{1}{7} + \frac{6}{5} \times \frac{35}{12} = \frac{1}{7} + \frac{7}{2} = \frac{2 + 49}{14} = \frac{51}{14}$$

**70** En 2010, au Parlement européen, la proportion de femmes élues était de  $\frac{8}{23}$ .

Un huitième des députées européennes étaient des Françaises et elles étaient au nombre de 32.

- Calculer le nombre total de députés européens.



$\frac{8}{23}$  = députées femmes

$\frac{1}{8}$  = députées françaises parmi les femmes

32 = nbre de françaises (=  $\frac{1}{8}$ )

$32 \times 8 = 256$  = nbre de femmes (=  $\frac{8}{23}$ )

$256/8 \times 23 = 736$  = nbre de députés européens.

Solution :

Représentation française :  $\frac{1}{8} \times \frac{8}{23} = \frac{1}{23}$ .

Les femmes françaises représentent le  $\frac{1}{23}$ <sup>ème</sup>.

Nbre de députés :  $23 \times 32 = 736$

**72** On donne :  $a = \frac{2}{3}$  et  $b = \frac{3}{4}$ .

- 1) Calculer l'inverse de la somme de  $a$  et de  $b$ .
- 2) Calculer la somme des inverses de  $a$  et de  $b$ .
- 3) Ces deux résultats sont-ils égaux?

1)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12}$  Inverse :  $\frac{12}{17}$

2)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2} + \frac{4}{3} = \frac{9+8}{6} = \frac{17}{6}$

3) Ces deux résultats ne sont pas égaux. Ainsi, l'inverse d'une somme n'est pas égale à la somme des inverses.

**75** Un TGV roule de Paris à Dijon à vitesse constante. Il parcourt les cinq sixièmes du trajet en 1 h 20 min.

- Quelle est la durée totale du trajet en heures et minutes?



$1h20 = 80 \text{ min} \rightarrow 80 \times \frac{6}{5} = 96 \text{ min}$

$96 \text{ min} = 1 \text{ h } 36 \text{ min}$

**76** Calculer ces expressions :

$$A = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}; \quad B = \frac{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{5}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}$$

$$A = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{3}} = 1 + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

$$1 + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$

$$B = \frac{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{5}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}} = \frac{1 + \frac{1}{\frac{4}{5}}}{1 - \frac{1}{\frac{6}{5}}} = \frac{1 + \frac{5}{4}}{1 - \frac{5}{6}} = \frac{\frac{4+5}{4}}{\frac{6-5}{6}} = \frac{9}{4} \times \frac{6}{1} = \frac{27}{2}$$

**79** Écrire sous la forme la plus simple possible

l'expression :  $\frac{1 - \frac{1}{n+1}}{1 + \frac{1}{n-1}}$

$$E = \frac{1 - \frac{1}{n+1}}{1 + \frac{1}{n-1}} = \frac{\frac{n+1-1}{n+1}}{\frac{n-1+1}{n-1}} = \frac{\frac{n}{n+1}}{\frac{n}{n-1}} = \frac{n}{n+1} \times \frac{n-1}{n} = \frac{n-1}{n+1}$$