

Nombres relatifs en écriture fractionnaire – Résolutions S1

1 Trouver le nombre manquant dans chaque égalité.

a) $\frac{3}{5} = \frac{18}{\dots}$; b) $\frac{-7}{4} = \frac{21}{\dots}$;
 c) $\frac{-4}{-6} = \frac{\dots}{3}$; d) $\frac{6}{\dots} = \frac{42}{63}$;
 e) $\frac{\dots}{-24} = \frac{5}{-8}$; f) $\frac{-3}{5} = \frac{\dots}{-20}$.

a) $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 6}{5 \times 6} = \frac{18}{30}$ b) $\frac{-7}{4} = \frac{-3 \times (-7)}{-3 \times 4} = \frac{21}{-12}$
 c) $\frac{-4}{-6} = \frac{4/2}{6/2} = \frac{2}{3}$ d) $\frac{6}{9} = \frac{42/7}{63/7}$
 e) $\frac{15}{-24} = \frac{5 \times 3}{-8 \times 3}$ f) $\frac{-3}{5} = \frac{-3 \times (-4)}{5 \times (-4)} = \frac{12}{-20}$

2 Donner chaque quotient sous la forme d'une fraction de dénominateur 24.

a) $\frac{5}{6}$; b) $\frac{-7}{3}$; c) $\frac{9}{-12}$; d) $\frac{-3}{-2}$.

a) $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$
 b) $\frac{-7}{3} = \frac{-7 \times 8}{3 \times 8} = \frac{-56}{24}$
 c) $\frac{9}{-12} = \frac{9 \times (-2)}{-12 \times (-2)} = \frac{-18}{24}$
 d) $\frac{-3}{-2} = \frac{-3 \times (-12)}{-2 \times (-12)} = \frac{36}{24}$

3 Simplifier les fractions suivantes :

a) $\frac{15}{21}$; b) $\frac{18}{27}$; c) $\frac{-14}{-28}$;
 d) $\frac{-6}{16}$; e) $\frac{-3}{15}$; f) $\frac{48}{-36}$.

a) $\frac{15}{21} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{5}{7}$ b) $\frac{18}{27} = \frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 9} = \frac{2}{3}$
 c) $\frac{-14}{-28} = \frac{-14 \cdot 1}{-14 \cdot 2} = \frac{1}{2}$ d) $\frac{-6}{16} = \frac{-3 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{-3}{8}$
 e) $\frac{-3}{15} = \frac{3 \cdot (-1)}{3 \cdot 5} = \frac{-1}{5}$ f) $\frac{48}{-36} = \frac{-4 \cdot (-12)}{3 \cdot (-12)} = \frac{-4}{3}$

4 Parmi la liste de quotients ci-dessous, trouve ceux qui sont égaux.

$\frac{-5}{4}$ | $\frac{-5}{-4}$ | $\frac{-5}{4}$ | $\frac{5}{-4}$ | $\frac{5}{4}$

$\frac{-5}{4} = -\frac{5}{4} = \frac{5}{-4}$ $\frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$

5 En utilisant les produits en croix, préciser si les fractions proposées sont égales.

a) $\frac{5}{7}$ et $\frac{3}{4}$; b) $\frac{10}{15}$ et $\frac{4}{6}$; c) $\frac{5}{9}$ et $\frac{7}{13}$.

a) $5 \times 4 = 20 \neq 7 \times 3 = 21$
 b) $10 \times 6 = 60 = 15 \times 4 = 60$
 c) $9 \times 7 = 63 \neq 5 \times 13 = 65$

Rem :
 On peut également mettre les 2 fractions au même dénominateur pour vérifier leur égalité.

Ex avec $\frac{5}{7}$ et $\frac{3}{4}$:

$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{20}{28}$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28}$

6 Mettre au même dénominateur les fractions données.

a) $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{18}$; b) $\frac{7}{6}$ et $\frac{2}{3}$; c) $\frac{7}{-20}$ et $\frac{2}{5}$;
 d) $\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{3}$; e) $\frac{4}{7}$ et $\frac{-3}{8}$; f) 3 et $\frac{-4}{5}$.

a) $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{6}{18}$; $\frac{1}{18}$
 b) $\frac{7}{6}$; $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$
 c) $\frac{7}{-20} = \frac{-7}{20}$; $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20}$
 d) $\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{9}{6}$; $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$
 e) $\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{32}{56}$; $\frac{-3}{8} = \frac{-3 \cdot 7}{8 \cdot 7} = \frac{-21}{56}$
 f) $3 = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 5} = \frac{15}{5}$; $\frac{-4}{5}$

Remarques :

Pour les fractions a), b) et c), le petit dénominateur est un des facteurs premiers du grand dénominateur. Ainsi, le dénominateur commun est le grand dénominateur.

Pour la fraction c) :

Il ne faut jamais conserver un dénominateur négatif.

Pour la fraction f) :

$3 = \frac{3}{1}$. Ainsi, le dénominateur (donc le numérateur également) sera multiplié par 5.

7 **sc1** Calculer les expressions suivantes :

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3}$; b) $\frac{-4}{7} + \frac{5}{7}$; c) $\frac{4}{8} + \frac{-7}{8}$;
 d) $\frac{3}{5} - \frac{7}{5}$; e) $\frac{-5}{9} - \frac{-7}{9}$; f) $\frac{-5}{2} - \frac{4}{2}$.

a) $\frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$ b) $\frac{-4+5}{7} = \frac{1}{7}$
 c) $\frac{4-7}{8} = -\frac{3}{8}$ d) $\frac{3-7}{5} = -\frac{4}{5}$
 e) $\frac{-5+7}{9} = \frac{2}{9}$ f) $\frac{-5-4}{2} = -\frac{9}{2}$

8 **sc1** Calculer ces expressions :

a) $\frac{5}{3} + \frac{7}{6}$; b) $\frac{-1}{4} - \frac{8}{12}$; c) $\frac{4}{15} + \frac{-7}{3}$;
 d) $\frac{20}{21} - \frac{6}{7}$; e) $\frac{-7}{8} - \frac{3}{2}$; f) $\frac{13}{12} - \frac{-5}{6}$.

a) $\frac{5}{3} + \frac{7}{6} = \frac{10+7}{6} = \frac{17}{6}$
 b) $\frac{-1}{4} - \frac{8}{12} = -\frac{3+8}{12} = -\frac{11}{12}$
 c) $\frac{4}{15} + \frac{-7}{3} = \frac{4-35}{15} = -\frac{31}{15}$
 d) $\frac{20}{21} - \frac{6}{7} = \frac{20-18}{21} = \frac{2}{21}$
 e) $-\frac{7}{8} - \frac{3}{2} = -\frac{7+12}{8} = -\frac{19}{8}$
 f) $\frac{13}{12} - \frac{-5}{6} = \frac{13+10}{12} = \frac{23}{12}$

9 Calculer les expressions ci-dessous.

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{3}$; b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{8}$; c) $\frac{3}{5} + \frac{2}{9}$;
 d) $\frac{2}{7} - \frac{4}{5}$; e) $-\frac{3}{4} - \frac{5}{7}$; f) $-\frac{5}{3} + \frac{7}{4}$.

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{3} = \frac{12+14}{21} = \frac{26}{21}$
 b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{8} = \frac{16+3}{24} = \frac{19}{24}$
 c) $\frac{3}{5} + \frac{2}{9} = \frac{27+10}{45} = \frac{37}{45}$
 d) $\frac{2}{7} - \frac{4}{5} = \frac{10-28}{35} = -\frac{18}{35}$
 e) $-\frac{3}{4} - \frac{5}{7} = -\frac{21+20}{28} = -\frac{41}{28}$
 f) $-\frac{5}{3} + \frac{7}{4} = \frac{-20+21}{12} = \frac{1}{12}$

10 Calculer les expressions suivantes :

a) $5 - \frac{7}{4}$; b) $-6 - \frac{1}{3}$; c) $-2 + \frac{18}{7}$.

a) $5 - \frac{7}{4} = \frac{20-7}{4} = \frac{13}{4}$
 b) $-6 - \frac{1}{3} = -\frac{18+1}{3} = -\frac{19}{3}$
 c) $-2 + \frac{18}{7} = \frac{-14+18}{7} = \frac{4}{7}$

16 **sc1** Calculer les sommes suivantes

$A = \frac{3}{7} + \frac{2}{7}$; $B = \frac{-5}{3} + \frac{7}{3}$;
 $C = \frac{4}{5,3} + \frac{-7}{5,3}$; $D = \frac{-4}{8} + \frac{-7}{8}$.

$A = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$ $B = \frac{-5+7}{3} = \frac{2}{3}$
 $C = \frac{4-7}{5,3} = \frac{-3}{5,3}$ $D = \frac{-4-7}{8} = \frac{-11}{8}$

18 Calculer, puis simplifier le résultat.

$$A = \frac{8}{9} - \frac{14}{9}; \quad B = \frac{-5}{24} + \frac{7}{24};$$

$$C = \frac{25}{12} + \frac{-17}{12}; \quad D = \frac{-13}{21} + \frac{-1}{21}.$$

$$A = \frac{8-14}{9} = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3} \quad B = \frac{-5+7}{24} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

$$C = \frac{25-17}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad D = \frac{-13-1}{21} = -\frac{14}{21} = -\frac{2}{3}$$

20 Calculer ces expressions :

$$A = 1 - \frac{5}{9}; \quad B = -4 + \frac{7}{3};$$

$$C = \frac{5}{4} - 7; \quad D = -7 - \frac{4}{3}.$$

$$A = 1 - \frac{5}{9} = \frac{9-5}{9} = \frac{4}{9}$$

$$B = -4 + \frac{7}{3} = \frac{-12+7}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$C = \frac{5}{4} - 7 = \frac{5-28}{4} = -\frac{23}{4}$$

$$D = -7 - \frac{4}{3} = -\frac{21+4}{3} = -\frac{25}{3}$$

22 Recopier et compléter les égalités suivantes.

$$A = \frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{2 \times \underline{5}}{3 \times \underline{5}} + \frac{4 \times \underline{3}}{5 \times \underline{3}} = \frac{\underline{10}}{15} + \frac{\underline{12}}{15} = \frac{\underline{22}}{15};$$

$$B = \frac{1}{6} - \frac{5}{7} = \frac{1 \times \underline{7}}{6 \times \underline{7}} - \frac{5 \times \underline{6}}{7 \times \underline{6}} = \frac{\underline{7}}{42} - \frac{\underline{30}}{42} = \frac{\underline{-23}}{42};$$

$$C = \frac{-3}{2} + \frac{7}{9} = \frac{-3 \times \underline{9}}{2 \times \underline{9}} + \frac{7 \times \underline{2}}{9 \times \underline{2}} = \frac{\underline{-27}}{18} + \frac{\underline{14}}{18} = \frac{\underline{-13}}{18}.$$

24 Calculer les expressions ci-dessous.

$$A = \frac{-13}{6} + \frac{-9}{4};$$

$$B = \frac{-7}{15} + \frac{11}{6};$$

$$C = \frac{7}{8} + \frac{-11}{6}.$$

$6 \times 4 = 24$
mais 12 est un multiple
commun plus simple.



$$A = \frac{-13}{6} + \frac{-9}{4} = \frac{-13}{2 \cdot 3} - \frac{9}{2 \cdot 2} = -\frac{26+27}{12} = -\frac{53}{12}$$

$$B = \frac{-7}{15} + \frac{11}{6} = \frac{-7}{3 \cdot 5} + \frac{11}{3 \cdot 2} = \frac{-14+55}{30} = \frac{41}{30}$$

$$C = \frac{7}{8} + \frac{-11}{6} = \frac{7}{2 \cdot 4} + \frac{-11}{2 \cdot 3} = -\frac{21-44}{24} = -\frac{23}{24}$$

Simplifier les fractions :

36 a) $\frac{14}{18}$; b) $\frac{-15}{21}$; c) $\frac{35}{-45}$; d) $\frac{-32}{-36}$.

$$a) \frac{14}{18} = \frac{2 \cdot 7}{2 \cdot 9} = \frac{7}{9} \quad b) \frac{-15}{21} = -\frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 7} = -\frac{5}{7}$$

$$c) \frac{35}{-45} = -\frac{5 \cdot 7}{5 \cdot 9} = -\frac{7}{9} \quad d) \frac{-32}{-36} = \frac{4 \cdot 8}{4 \cdot 9} = \frac{8}{9}$$

38 1) Écrire chaque quotient sous la forme d'une fraction.

a) $\frac{-3,5}{2,1}$; b) $\frac{-5,6}{14}$;
 c) $\frac{9,6}{-16,8}$; d) $\frac{16,8}{14,4}$.

2) Simplifier chacune des fractions trouvées.

Une fraction est un quotient de deux nombres entiers non nuls.



a) $\frac{-3,5}{2,1} = -\frac{35}{21} = -\frac{7 \cdot 5}{7 \cdot 3} = -\frac{5}{3}$

b) $\frac{-5,6}{14} = -\frac{56}{140} = -\frac{28 \cdot 2}{28 \cdot 5} = -\frac{2}{5}$

c) $\frac{9,6}{-16,8} = -\frac{96}{168} = -\frac{24 \cdot 4}{24 \cdot 7} = -\frac{4}{7}$

d) $\frac{16,8}{14,4} = \frac{168}{144} = \frac{24 \cdot 7}{24 \cdot 6} = \frac{7}{6}$

Remarque concernant l'exercice 38d et la recherche du plus grand diviseur commun servant à simplifier une fraction :

Pour trouver le plus grand diviseur commun :

- On recherche tous les facteurs premiers des 2 dénominateurs :

$$168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$$

$$144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3^2$$

- on prend alors tous les facteurs premiers communs aux deux nombres (le 2 et le 3),
- chacun de ces nombres est pris avec l'exposant le plus petit (2^3 et 3^1).
- On multiplie alors ces 2 nombres ($2^3 \times 3^1 = 24$).

67 $A = -\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12}$; $B = \frac{5}{2} - \frac{7}{9} - \frac{4}{3}$.

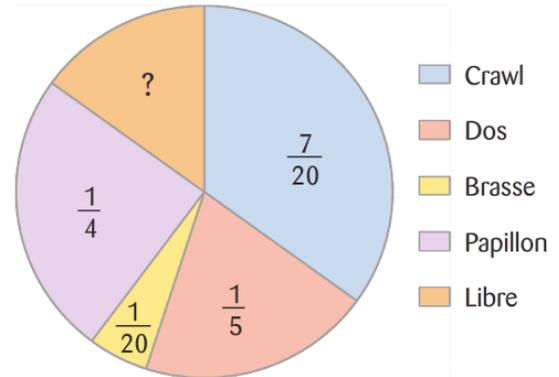
Calculer ces deux expressions et donner le résultat sous la forme la plus simple possible.

$$A = -\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12} = \frac{-10+9-1}{12} = -\frac{2}{12} = -\frac{1}{6}$$

$$B = \frac{5}{2} - \frac{7}{9} - \frac{4}{3} = \frac{45-14-24}{18} = \frac{7}{18}$$

46 Un nageur effectue un entraînement d'endurance.

Le diagramme ci-dessous représente la répartition selon les distances parcourues en nage.



• Calculer la proportion de la distance totale que ce nageur a effectuée en nage libre.

$$\frac{7}{20} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} + \frac{1}{4} + x = 1 = \frac{20}{20}$$

$$\frac{7}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{4} + x = \frac{20}{20}$$

$$\frac{7+1 \cdot 4+1+1 \cdot 5}{20} + x = \frac{20}{20}$$

$$x = \frac{20 - 7 - 4 - 1 - 5}{20} = \frac{20 - 17}{20} = \frac{3}{20}$$

64 Préciser, en justifiant chaque réponse, le signe

- a) du produit d'un nombre par son opposé ;
- b) du produit d'un nombre par son inverse ;
- c) de la somme d'un nombre et de son opposé ;
- d) de la somme d'un nombre et de son inverse.

a) Deux nombres opposés sont de signes contraires, donc leur produit sera négatif.

$$-5 \cdot 5 = -25$$

b) Deux nombres inverses sont de même signe, donc leur produit sera positif.

$$4 \times \frac{1}{4} = 1 \quad -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 1$$

c) Deux nombres opposés sont de signe contraire mais ont même distance à zéro. Leur somme est donc égale à zéro.

$$-5 + 5 = 0 \quad 7 + (-7) = 0$$

d) Deux nombres inverses sont de même signe, donc leur somme sera du même signe que ces deux nombres.

$$2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \quad -\frac{1}{3} + (-3) = -\frac{10}{3}$$