

**37** Aglaë a 5 ans de moins que Bérénice. Thomas a 7 ans de plus que Bérénice. La somme des âges de ces trois personnes est 83 ans.

- a. Est-il possible que Bérénice ait 20 ans ?  
 b. Déterminer l'âge de Bérénice en résolvant une équation. Quel est alors l'âge des deux autres personnes ?

**37** a. Si Bérénice a 20 ans, Aglaë a 15 ans et Thomas a 27 ans.

$$20 + 15 + 27 \neq 83$$

Donc Bérénice ne peut pas avoir 20 ans.

b. On note  $x$  l'âge de Bérénice.

Aglaë a  $x - 5$  ans et Thomas a  $x + 7$  ans.

On doit résoudre l'équation :  $x + x - 5 + x + 7 = 83$

$$\text{soit } 3x + 2 = 83$$

**Résolution de l'équation**

$$3x = 83 - 2 \text{ soit } 3x = 81 \text{ et } x = \frac{81}{3} = 27$$

$$\text{Vérification : } 3 \times 27 + 2 = 83$$

27 est la solution de l'équation.

**Interprétation du résultat**

Si Bérénice a 27 ans, alors Aglaë a 22 ans et Thomas a 34 ans et  $27 + 22 + 34 = 83$



**41** Émilie dispose de 12 boîtes de dragées. Elles contiennent toutes le même nombre de dragées. Émilie : « J'ai rempli 10 boîtes. Il me reste 15 dragées. Mais si j'avais voulu remplir toutes les boîtes, il m'en aurait manqué 35 ».

Combien chaque boîte contient-elle de dragées ?

**41** On note  $n$  le nombre de dragées contenues dans une boîte.

Le nombre de dragées peut être calculé de deux façons différentes.

$$\text{Nombre de dragées : } 10n + 15$$

$$\text{Nombre de dragées : } 12n - 35$$

Pour trouver la solution du problème on doit résoudre l'équation ;  $10n + 15 = 12n - 35$

**Résolution de l'équation**

$$12n - 35 - 10n = 10n + 15 - 10n$$

$$12n - 10n - 35 = 15 \text{ soit } 2n - 35 = 15$$

$$2n - 35 + 35 = 15 + 35 \text{ soit } 2n = 50$$

$$\frac{2n}{2} = \frac{50}{2} \text{ soit } n = 25$$

$$\text{Vérification : } 10 \times 25 + 15 = 265 \quad 12 \times 25 - 35 = 265$$

La solution de l'équation est 25.

**Interprétation du résultat**

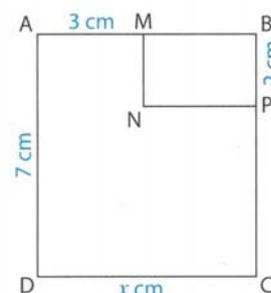
Chaque boîte contient 25 dragées.

**43** ABCD et BMNP sont deux rectangles tels que M et P appartiennent respectivement aux côtés [AB] et [BC].

Est-il possible de construire cette figure de façon que :

a. l'aire de ABCD dépasse de  $40 \text{ cm}^2$  l'aire de BMNP ?

b. l'aire de ABCD soit le double de l'aire de BMNP ?



**43** a.  $AB = DC = x \text{ cm}$        $MB = x - 3 \text{ cm}$

Aire du rectangle ABCD :  $7x \text{ (cm}^2\text{)}$

Aire du rectangle BMNP :  $2 \times (x - 3) = 2x - 6 \text{ (cm}^2\text{)}$

Si l'aire de ABCD dépasse de  $40 \text{ cm}^2$  l'aire de BMNP alors :

$$7x = 2x - 6 + 40 \text{ soit } 7x = 2x + 34$$

**Résolution de l'équation**

$$7x - 2x = 2x + 34 - 2x \text{ soit } 5x = 34$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{34}{5} \text{ soit } x = 6,8$$

$$\text{Vérification : } 7 \times 6,8 = 47,6 \quad 2 \times 6,8 + 34 = 47,6$$

6,8 est la solution de l'équation :  $7x = 2x + 34$

**Interprétation du résultat**

Si  $DC = 6,8 \text{ cm}$ , l'aire du rectangle ABCD dépasse de  $40 \text{ cm}^2$  l'aire du rectangle BMNP. On peut construire la figure.

b. Si l'aire de ABCD est le double de l'aire de BMNP alors :

$$7x = 2(2x - 6) \text{ soit } 7x = 4x - 12$$

**Résolution de l'équation**

$$7x - 4x = 4x - 12 - 4x \text{ soit } 3x = -12$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-12}{3} \text{ soit } x = -4$$

$$\text{Vérification : } 7 \times (-4) = -28 \text{ et } 4 \times (-4) - 12 = -28$$

-4 est la solution de l'équation  $7x = 4x - 12$

**Interprétation du résultat**

Le problème n'a pas de solution car la longueur de DC ne peut pas être égale à  $-4 \text{ cm}$ . Une longueur est toujours positive. On ne peut pas construire la figure.

### Vrai ou faux ?

Pour les exercices 46 à 51, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Expliquer la réponse.

**46** Les équations :

$$7y + 3 = 3y + 5 \quad \text{et} \quad 3 + 7k = 5 + 3k$$

ont la même solution.

**46** **Vrai.** L'addition est commutative donc :

$$7y + 3 = 3 + 7y \quad \text{et} \quad 3y + 5 = 5 + 3y$$

Les équations  $7y + 3 = 3y + 5$  et  $3 + 7y = 5 + 3y$  ont la même solution.

La valeur cherchée peut être nommée par n'importe quelle lettre (l'inconnue).

Les équations  $7y + 3 = 3y + 5$  et  $3 + 7k = 5 + 3k$  ont donc la même solution.

**47** Les équations :  
 $-3x + 5 = 2x - 13$  et  $-6x + 10 = 4x - 26$   
 ont la même solution.

**47 Vrai.** Si  $x$  est le nombre cherché tel que :  
 $-3x + 5 = 2x - 13$  alors  $2 \times (-3x + 5) = 2 \times (2x - 13)$   
 soit  $-6x + 10 = 4x - 26$ .  
 Lorsqu'on multiplie par un même nombre chaque  
 membre d'une égalité, on obtient une autre égalité.  
 $x$  est aussi la solution de l'équation  $-6x + 10 = 4x - 26$ .  
 Réciproquement, si  $x$  est le nombre cherché tel que :  
 $-6x + 10 = 4x - 26$  alors  $0,5(-6x + 10) = 0,5(4x - 26)$   
 soit  $-3x + 5 = 2x - 13$   
 $x$  est aussi une solution de l'équation  $-3x + 5 = 2x - 13$ .  
 Les équations  $-3x + 5 = 2x - 13$  et  $-6x + 10 = 4x - 26$  ont  
 la même solution.

**48** L'équation  $4x = 0$  a pour solution  $-4$ .

**48 Faux.** Résolution de l'équation :  $\frac{4x}{4} = \frac{0}{4}$  soit  $x = 0$ .  
 Vérification :  $4 \times 0 = 0$   
 La solution de l'équation est 0.

**49** Le nombre 2 est la seule solution de l'équation :  
 $x^2 = 4$ .

**49 Faux.**  $2^2 = 4$  donc 2 est solution de l'équation  $x^2 = 4$ .  
 Or  $(-2)^2 = 4$ , donc  $-2$  est une autre solution de cette  
 équation.

**50** Aucun nombre n'est solution de l'équation :  
 $x^2 = -16$ .

**50 Vrai.** Un carré est toujours positif donc on ne peut  
 pas trouver de nombre  $x$  tel que  $x^2 = -16$ .  
 Cette équation n'a donc pas de solution.

**51** L'équation  $4y - 2 = \frac{1}{3}(12y - 6)$  admet une seule  
 solution.

**51 Faux.**  $4y - 2 = \frac{1}{3}(12y - 6)$  soit  $4y - 2 = 4y - 2$   
 Cette égalité est toujours vraie.  
 Donc tout nombre est solution de l'équation :  
 $4y - 2 = \frac{1}{3}(12y - 6)$ .

**52 La bonne association**  
 Par un calcul mental, associer chaque équation à la solu-  
 tion qui lui correspond.

<b>A</b> $7x - 4 = 12x - 14$	• $-4$
<b>B</b> $2 - 3y = 5y + 34$	• $\frac{1}{2}$
<b>C</b> $6t - 1 = 8t - 2$	• $2$
<b>D</b> $\frac{1}{4}x + 3 = x - 3$	• $8$

**52** A  $\rightarrow$  2  
 B  $\rightarrow$   $-4$   
 C  $\rightarrow$   $\frac{1}{2}$   
 D  $\rightarrow$  8

**53 Le bon produit**

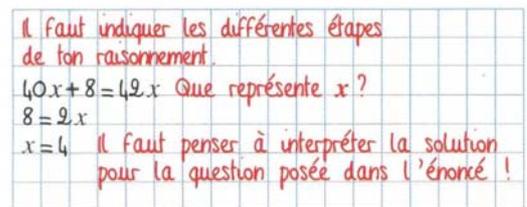
- Calculer mentalement  $12 \times 17$ .  
 Expliquer le procédé utilisé.
- Donner mentalement la solution de chacune des  
 équations suivantes.
  - $12x - 1 = 203$
  - $9x + 8x = 204$
  - $8x - 200 = -9x + 4$
  - $30x - 54 = 150 - 4x$

**53 1.**  $12 \times 17 = 17 \times (10 + 2) = 17 \times 10 + 17 \times 2 = 204$   
 Ou  $12 \times 17 = 12 \times (20 - 3) = 12 \times 20 - 12 \times 3 = 204$   
**2. a.**  $12x - 1 = 203$  soit  $12x = 204$   
 $x = 17$  car  $12 \times 17 = 204$   
 Vérification :  $12 \times 17 - 1 = 204 - 1 = 203$   
 La solution est 17  
**b.**  $9x + 8x = 204$  soit  $17x = 204$   
 $x = 12$  car  $12 \times 17 = 204$   
 Vérification :  $9 \times 12 + 8 \times 12 = 12 \times (9 + 8) = 12 \times 17 = 204$   
 La solution est 12  
**c.**  $8x - 200 = -9x + 4$  soit  $8x = -9x + 204$   
 $17x = 204$   
 $x = 12$   
 Vérification :  $8 \times 12 - 200 = -104$   
 $-9 \times 12 + 4 = -104$   
 La solution est 12.  
**d.**  $30x - 54 = 150 - 4x$  soit  $30x = 204 - 4x$  et  $34x = 204$   
 $x = \frac{1}{2} \times \frac{204}{17} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$   
 Vérification :  $30 \times 6 - 54 = 126$       $150 - 4 \times 6 = 126$   
 La solution est 6

**54 Soigner la rédaction ÉCRIRE**  
**Énoncé.**

Sur le site « Vente plus », chaque jeu vidéo est vendu  
 40 €. Il faut rajouter 8 € pour les frais de port.  
 Sur le site « Beautifulcommerce », ces mêmes jeux sont  
 vendus 42 € pièce mais il n'y a pas de frais de port.  
 Combien de jeux Chloé peut-elle acheter si elle ne  
 souhaite pas se soucier du choix du site ?

Adeline a traité cet exercice ; voici sa copie. Elle n'a  
 pas commis d'erreur, mais elle a oublié un certain  
 nombre d'explications. Ces oublis sont indiqués par  
 les remarques du correcteur.



À vous de rédiger correctement.

**54** On note  $x$  le nombre de jeux que pourra acheter indifféremment Adeline sur l'un des deux sites.

Le prix payé peut s'exprimer de 2 façons différentes :

Prix payé :  $40x + 8$

Prix payé :  $42x$

On doit résoudre l'équation  $42x = 40x + 8$ .

**Résolution de l'équation**

$$42x - 40x = 40x + 8 - 40x$$

$$2x = 8$$

$$\frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 8$$

$$x = 4$$

Vérification :  $42 \times 4 = 168$     $40 \times 4 + 8 = 168$

4 est la solution de l'équation.

**Interprétation du résultat**

Adeline pourra acheter indifféremment 4 jeux sur l'un des deux sites.

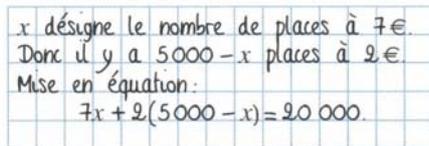
**56 Exploiter la recherche d'un élève**

Voici un énoncé incomplet.

La recette d'un match de football est de  $\square$  € pour  $\square$  spectateurs. Les spectateurs avaient le choix entre deux tarifs 7 € et  $\square$  €.

Quel est le nombre de places de chaque sorte ?

Voici le début de la solution (sans erreur) proposée par un élève.



- a. Retrouver les nombres manquants dans l'énoncé.
- b. Répondre mentalement à la question posée dans l'énoncé.

**56 a.** La recette d'un match de football est de 20 000 € pour 5 000 spectateurs.

Les spectateurs avaient le choix entre deux tarifs : 7 € et 2 €.

**b.**  $7x + 2(5\,000 - x) = 20\,000$

$$7x + 10\,000 - 2x = 20\,000$$

$$5x + 10\,000 = 20\,000$$

$$5x = 20\,000 - 10\,000$$

$$5x = 10\,000$$

$$x = 2\,000$$

Vérification :  $7 \times 2\,000 + 2(5\,000 - 2\,000) = 20\,000$

2 000 est la solution de l'équation.

**Interprétation du résultat**

Il y a 2 000 places à 7 € et 3 000 places à 2 €.

**58 Narration de recherche** **ÉCRIRE DIRE**

Racontez vos pistes de recherche, qu'elles vous aient permis de trouver ou non.

Relevez celles qui vous ont fait progresser ou changer de méthode.



**58** On note  $x$  mon âge actuel.

Il y a 15 ans, j'avais  $x - 15$  ans.

Dans 15 ans, j'aurais  $x + 15$  ans

Équation à résoudre :  $x + 15 = 2(x - 15)$

Résolution de l'équation  $x + 15 = 2x - 30$

$$x + 15 + 30 = 2x - 30 + 30$$

$$x + 45 = 2x$$

$$x + 45 - x = 2x - x$$

$$45 = x$$

Vérification :  $45 + 15 = 60$  et  $2(45 - 15) = 60$

La solution de l'équation est 45.

**Interprétation du résultat**

J'ai 45 ans.

**69 Pratiquer une démarche expérimentale**

Le collège Sacha Guitry achète 30 cartouches d'encre pour ses imprimantes.

Le collège Jules Verne paie chaque cartouche 1,50 € de moins. Cela lui permet d'en acheter 2 de plus pour la même somme.

**a.** On note  $x$  le prix, en euros, d'une cartouche d'encre achetée par le collège Sacha Guitry.

Exprimer en fonction de  $x$  le prix payé par le collège Sacha Guitry, puis par le collège Jules Verne.

**69 a.** Sacha Guitry :  $30x$ . Jules Verne :  $32(x - 1,5)$

**b.** Pour  $x = 24$ , on trouve que chaque collège a payé 720 €.

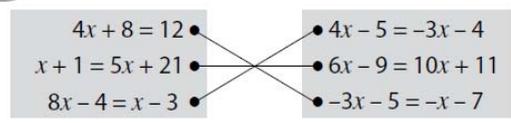
**70 S'organiser**

Relier l'équation du tableau de gauche à l'équation du tableau de droite qui a la même solution. Expliquer la démarche.

- $4x + 8 = 12$  •
- $x + 1 = 5x + 21$  •
- $8x - 4 = x - 3$  •

- $4x - 5 = -3x - 4$
- $6x - 9 = 10x + 11$
- $-3x - 5 = -x - 7$

**70**



**71 Résoudre algébriquement un problème**

Un groupe d'amis veut louer un gîte pour les vacances. Chacun doit donner 70 €.

Au dernier moment, deux amis se désistent et chacun devra alors donner 90 €.

Combien de personnes sont finalement parties en vacances dans ce gîte ?

**71** On note  $x$  le nombre de personnes qui devaient partir en vacances.

$$70x = 90(x - 2)$$

$$70x = 90x - 180$$

$$0 = 20x - 180$$

$$180 = 20x$$

$$x = 9$$

On vérifie que pour  $x = 9$  :

$$\bullet 70 \times 9 = 630$$

$$\bullet 90 \times (9 - 2) = 90 \times 7 = 630$$

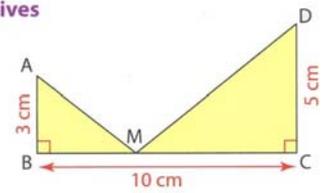
Donc 9 est la solution de l'équation.

Donc 7 amis sont finalement partis en vacances.

**72 Prendre des initiatives**

Le point M se déplace sur le segment [BC].

Est-il possible que les triangles rectangles ABM et DCM aient la même aire ?



**72** On note  $x$  la longueur BM.

$$\frac{3x}{2} = 5 \times \frac{10 - x}{2}$$

$$3x = 50 - 5x$$

$$8x = 50$$

$$x = \frac{50}{8} = 6,25$$

On vérifie que pour  $x = 6,25$  :

$$\frac{3x}{2} = \frac{3 \times 6,25}{2} = 9,375$$

$$5 \times \frac{10 - x}{2} = 5 \times \frac{10 - 6,25}{2} = 9,375$$

Donc 6,25 est la solution de cette équation.

Donc les deux triangles ABM et CDM ont même aire lorsque  $BM = 6,25$  cm.