24 Dans chaque cas, recopier et compléter.

a. $4 - x = 9 \qquad -x = \dots \qquad x = \dots$

À chaque membre on : ... ...

b. $3y + 20 = 7 \qquad 3y = \dots \qquad y = \dots$

À chaque membre on : ... ...

c. $\dfrac{t-5}{3} = 7 \qquad t - 5 = \dots \qquad t = \dots$

À chaque membre on : ... ...

24 a. $4 - x = 9 \qquad -x = 5 \qquad x = -5$

À chaque membre : on ajoute -4 ; on multiplie par -1

b. $3y + 20 = 7 \qquad 3y = -13 \qquad y = -\dfrac{13}{3}$

À chaque membre : on ajoute -20 ; on divise par 3

c. $\dfrac{t-5}{3} = 7 \qquad t - 5 = 21 \qquad t = 26$

À chaque membre : on multiplie par 3 ; on ajoute 5

25 Résoudre **mentalement** chaque équation.

a. $k - 5 = 7$ **b.** $8 + x = -3$

c. $-4p = -5$ **d.** $\dfrac{t}{8} = -5$

25 a. La solution de l'équation $k - 5 = 7$ est 12.
b. La solution de l'équation $8 + x = -3$ est -11.
c. La solution de l'équation $-4p = -5$ est $\dfrac{5}{4} = 1{,}25$
d. La solution de l'équation $\dfrac{t}{8} = -5$ est -40.

26 Résoudre algébriquement chaque équation.

a. $-7x + 15 = 2x - 3$ **b.** $6x - 10 = 7x + 3$

c. $4t - 3 = -10t + 4$ **d.** $y + 1 = -3y + 4$

26

a. $-7x + 15 = 2x - 3 \qquad -7x - 2x + 15 = -3 \qquad -9x + 15 = -3$

$-9x = -3 - 15 \qquad -9x = -18 \qquad x = 2$

Vérification : $-7 \times 2 + 15 = 1 \qquad 2 \times 2 - 3 = 1$

2 est la solution de l'équation.

b. $6x - 10 = 7x + 3 \qquad 6x - 7x - 10 = 3 \qquad -x - 10 = 3$

$-x = 3 + 10 \qquad -x = 13 \qquad x = -13$

Vérification : $6 \times (-13) - 10 = -88 \qquad 7 \times (-13) + 3 = -88$

-13 est la solution de l'équation.

c. $4t - 3 = -10t + 4 \qquad 4t + 10t - 3 = 4 \qquad 14t - 3 = 4$

$14t = 4 + 3 \qquad 14t = 7 \qquad t = \dfrac{1}{2}$

Vérification : $4 \times \dfrac{1}{2} - 3 = -1 \qquad -10 \times \dfrac{1}{2} + 4 = -1$

$\dfrac{1}{2}$ est la solution de l'équation.

d. $y + 1 = -3y + 4 \qquad y + 3y + 1 = 4 \qquad 4y + 1 = 4$

$4y = 4 - 1 \qquad 4y = 3 \qquad y = \dfrac{3}{4}$

Vérification : $\dfrac{3}{4} + 1 = \dfrac{7}{4} \qquad -3 \times \dfrac{3}{4} + 4 = \dfrac{7}{4}$

$\dfrac{3}{4}$ est la solution de l'équation.

27 Élodie affirme : « Trois des équations suivantes ont la même solution. » Est-ce vrai ? Justifier.

A $2x - 23 = 9x - 2$ **B** $3 - 5t = 10 - 12t$

C $4a + 13 = 22 + 7a$ **D** $-3z - 1 = 2(z + 7)$

27

A. $2x - 23 = 9x - 2 \qquad 2x - 9x - 23 = -2 \qquad -7x - 23 = -2$

$-7x = -2 + 23 \qquad -7x = 21 \qquad x = -3$

Vérification : $2 \times (-3) - 23 = -29 \qquad 9 \times (-3) - 2 = -29$

-3 est la solution de l'équation.

B. $3 - 5t = 10 - 12t \qquad 3 - 5t + 12t = 10 \qquad 3 + 7t = 10$

$7t = 10 - 3 \qquad 7t = 7 \qquad t = 1$

Vérification : $3 - 5 \times 1 = -2 \qquad 10 - 12 \times 1 = -2$

1 est la solution de l'équation.

C. $4a + 13 = 22 + 7a \qquad 4a + 13 - 7a = 22 \qquad -3a + 13 = 22$

$-3a = 22 - 13 \qquad -3a = 9 \qquad a = -3$

Vérification : $4 \times (-3) + 13 = 1 \qquad 22 + 7 \times (-3) = 1$

-3 est la solution de l'équation.

D. $-3z - 1 = 2(z + 7) \qquad -3z - 1 = 2z + 14$

$-3z - 2z - 1 = 14 \qquad -5z - 1 = 14$

$-5z = 14 + 1 \qquad -5z = 15 \qquad z = \dfrac{15}{-5} = -3$

Vérification : $-3 \times (-3) - 1 = 8 \qquad 2 \times (-3 + 7) = 8$

-3 est la solution de l'équation.

Élodie a raison : les équations A, C, D ont la même solution.

28 Victor affirme : « Toutes ces équations ont pour solution un nombre décimal. » Est-ce vrai ? Justifier.

A $-2{,}5x - 6 = 2{,}1 - 5x$ **B** $5{,}4 - 3{,}2u = 1 - 1{,}2u$

C $1{,}4 - 0{,}5x = 2 + 4x$ **D** $3t - 5 = -2t + 1{,}5$

28

A. $-2{,}5x - 6 = 2{,}1 - 5x \qquad -2{,}5x - 6 + 5x = 2{,}1 \qquad 2{,}5x - 6 = 2{,}1$

$2{,}5x = 2{,}1 + 6 \qquad 2{,}5x = 8{,}1 \qquad x = \dfrac{8{,}1}{2{,}5} = 3{,}24$

Vérification : $-2{,}5 \times 3{,}24 - 6 = -14{,}1$

$2{,}1 - 5 \times 3{,}24 = -14{,}1$

3,24 est la solution de l'équation.

B. $5{,}4 - 3{,}2u = 1 - 1{,}2u \qquad 5{,}4 - 3{,}2u + 1{,}2u = 1$

$5{,}4 - 2u = 1 \qquad -2u = 1 - 5{,}4 \qquad -2u = -4{,}4$

$u = \dfrac{-4{,}4}{-2} = 2{,}2$

Vérification : $5{,}4 - 3{,}2 \times 2{,}2 = -1{,}64$

$1 - 1{,}2 \times 2{,}2 = -1{,}64$

2,2 est la solution de l'équation.

C. $1{,}4 - 0{,}5x = 2 + 4x \qquad 1{,}4 - 0{,}5x - 4x = 2 \qquad 1{,}4 - 4{,}5x = 2$

$-4{,}5x = 2 - 1{,}4 \qquad -4{,}5x = 0{,}6$

$x = \dfrac{0{,}6}{-4{,}5} = -\dfrac{6}{45} = -\dfrac{2}{15}$

Vérification : $1{,}4 - 0{,}5 \times \left(-\dfrac{2}{15}\right) = \dfrac{22}{15}$

$2 + 4 \times \left(-\dfrac{2}{15}\right) = 2 - \dfrac{8}{15} = \dfrac{22}{15}$

$\dfrac{-2}{15}$ est la solution de l'équation.

D. $3t-5=-2t+1{,}5 \qquad 3t-5+5=-2t+1{,}5+5$

$3t=-2t+6{,}5 \qquad 3t+2t=-2t+6{,}5+2t \qquad 5t=6{,}5$

$\dfrac{5t}{5}=\dfrac{6{,}5}{5} \qquad t=1{,}3$

Vérification : $3\times1{,}3-5=-1{,}1 \qquad -2\times1{,}3+1{,}5=-1{,}1$

1,3 est la solution de l'équation.

L'équation C a pour solution un nombre non décimal.
Victor a raison : les équations A, B et D ont pour solution un nombre décimal.

29 Résoudre algébriquement chaque équation.

a. $3x-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{3}{4}-5x$ **b.** $\dfrac{1}{4}x+\dfrac{5}{2}=-x+1$

c. $-\dfrac{4}{5}+y=\dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{2}y$ **d.** $\dfrac{5}{2}a+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{4}a+\dfrac{2}{5}$

29

a. $3x-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{3}{4}-5x \qquad 3x-\dfrac{1}{2}+5x=-\dfrac{3}{4} \qquad 8x-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{3}{4}$

$8x=-\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2} \qquad 8x=-\dfrac{1}{4} \qquad x=-\dfrac{1}{32}$

Vérification : $3\times\left(-\dfrac{1}{32}\right)-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{19}{32}$

$-\dfrac{3}{4}-5\times\left(-\dfrac{1}{32}\right)=-\dfrac{19}{32}$

$-\dfrac{1}{32}$ est la solution de l'équation.

b. $\dfrac{1}{4}x+\dfrac{5}{2}=-x+1 \qquad \dfrac{1}{4}x+\dfrac{5}{2}+x=1 \qquad \dfrac{5}{4}x+\dfrac{5}{2}=1$

$\dfrac{5}{4}x=1-\dfrac{5}{2} \qquad \dfrac{5}{4}x=-\dfrac{3}{2} \qquad x=-\dfrac{3}{2}\times\dfrac{4}{5}=-\dfrac{6}{5}=-1{,}2$

Vérification :

$\dfrac{1}{4}\times(-1{,}2)+\dfrac{5}{2}=2{,}2 \qquad -(-1{,}2)+1=2{,}2$

−1,2 est la solution de l'équation.

c. $-\dfrac{4}{5}+y=\dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{2}y \qquad -\dfrac{4}{5}+y+\dfrac{1}{2}y=\dfrac{3}{10}$

$-\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{2}y=\dfrac{3}{10} \qquad \dfrac{3}{2}y=\dfrac{3}{10}+\dfrac{4}{5} \qquad \dfrac{3}{2}y=\dfrac{11}{10}$

$y=\dfrac{11}{10}\times\dfrac{2}{3} \qquad y=\dfrac{22}{30}=\dfrac{11}{15}$

Vérification : $\dfrac{-4}{5}+\dfrac{11}{15}=-\dfrac{1}{15} \qquad \dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{11}{15}=-\dfrac{1}{15}$

$\dfrac{11}{15}$ est la solution de l'équation.

d. $\dfrac{5}{2}a+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{4}a+\dfrac{2}{5} \qquad \dfrac{5}{2}a+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}a=\dfrac{2}{5} \qquad \dfrac{9}{4}a+\dfrac{1}{4}=\dfrac{2}{5}$

$\dfrac{9}{4}a=\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{4} \qquad \dfrac{9}{4}a=\dfrac{3}{20} \qquad a=\dfrac{1}{15}$

Vérification : $\dfrac{5}{2}\times\dfrac{1}{15}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{10}{24}=\dfrac{5}{12}$

$\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{15}+\dfrac{2}{5}=\dfrac{25}{60}=\dfrac{5}{12}$

$\dfrac{1}{15}$ est la solution de l'équation.

30 **A** $\dfrac{5-2x}{4}=3x-1$ **B** $\dfrac{2}{5}+t=\dfrac{1}{4}t+1$

C $\dfrac{1}{4}y-3=\dfrac{3}{2}y+1$ **D** $\dfrac{1}{3}m+6=\dfrac{4}{3}-2m$

Aline : « L'une de ces équations a pour solution un nombre entier. »
Léonard : « L'une de ces équations a pour solution un nombre décimal négatif. »
Maggy : « L'une de ces équations a pour solution un nombre non décimal. »
Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant.

30 A. **Résolution de l'équation**

$\dfrac{5-2x}{4}=3x-1 \qquad 4\times\dfrac{5-2x}{4}=4\times(3x-1)$

$5-2x=12x-4 \qquad 5-2x+2x=12x-4+2x$

$5=14x-4 \qquad 5+4=14x-4+4 \qquad 9=14x$

$x=\dfrac{9}{14}$

Vérification : $\dfrac{5-2\times\dfrac{9}{14}}{4}=\dfrac{13}{14} \qquad 3\times\dfrac{9}{14}-1=\dfrac{13}{14}$

$\dfrac{9}{14}$ est la solution de l'équation

B. **Résolution de l'équation**

$\dfrac{2}{5}+t=\dfrac{1}{4}t+1 \qquad \dfrac{2}{5}+t-t=\dfrac{1}{4}t+1-t \qquad \dfrac{2}{5}=-\dfrac{3}{4}t+1$

$\dfrac{2}{5}-1=-\dfrac{3}{4}t+1-1 \qquad -\dfrac{3}{5}=-\dfrac{3}{4}t$

$t=-\dfrac{3}{5}\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{4}{5}=0{,}8$

Vérification : $\dfrac{2}{5}+0{,}8=1{,}2 \qquad \dfrac{1}{4}\times0{,}8+1=1{,}2$

0,8 est la solution de l'équation.

C. **Résolution de l'équation**

$\dfrac{1}{4}y-3=\dfrac{3}{2}y+1 \qquad \dfrac{1}{4}y-3-\dfrac{1}{4}y=\dfrac{3}{2}y+1-\dfrac{1}{4}y$

$-3=\dfrac{5}{4}y+1 \qquad -3-1=\dfrac{5}{4}y+1-1 \qquad -4=\dfrac{5}{4}y$

$y=-4\times\dfrac{4}{5}=-\dfrac{16}{5}=-3{,}2$

Vérification : $\dfrac{1}{4}\times(-3{,}2)-3=-3{,}8 \qquad \dfrac{3}{2}\times(-3{,}2)+1=-3{,}8$

−3,2 est solution de l'équation.

D. **Résolution de l'équation**

$\dfrac{1}{3}m+6=\dfrac{4}{3}-2m \qquad \dfrac{1}{3}m+6+2m=\dfrac{4}{3}-2m+2m$

$\dfrac{7}{3}m+6=\dfrac{4}{3} \qquad \dfrac{7}{3}m+6-6=\dfrac{4}{3}-6$

$\dfrac{7}{3}m=-\dfrac{14}{3} \qquad m=-\dfrac{14}{3}\times\dfrac{3}{7}=-2$

Vérification :

$\dfrac{1}{3}\times(-2)+6=\dfrac{16}{3} \qquad \dfrac{4}{3}-2\times(-2)=\dfrac{16}{3}$

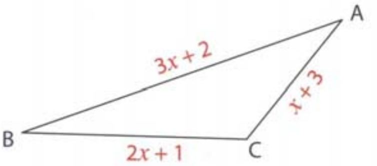
−2 est la solution de l'équation.

Conclusion :

Aline a raison (D), Léonard a raison (C), Maggy a raison (A).

31 x désigne un nombre positif. L'unité de longueur est le centimètre.

a. Exprimer, en fonction de x, le périmètre du triangle dessiné ci-dessous.



b. Trouver la valeur de x pour laquelle le périmètre de ce triangle mesure 18 cm. Justifier la réponse.

c. Pour cette valeur de x, quelle est la nature du triangle ABC ?

31 **a.** Périmètre du triangle ABC : $3x + 2 + 2x + 1 + x + 3$ soit $(6x + 6)$ cm

b. On doit résoudre l'équation $6x + 6 = 18$

Résolution de l'équation

$6x + 6 - 6 = 18 - 6$ $\quad 6x = 12$ $\quad x = \frac{12}{6} = 2$

Vérification : $6 \times 2 + 6 = 18$

La solution de l'équation est 2.

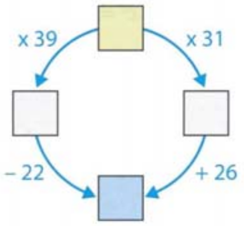
Interprétation du résultat

Si $x = 2$, alors le périmètre du triangle est 18 cm.

c. Si $x = 2$, AB = 8 cm AC = 5 cm BC = 5 cm

Le triangle ABC est isocèle car il a deux côtés de même longueur. Son sommet principal est C.

33 Les deux itinéraires indiqués à partir de la case jaune donnent le même résultat dans la case bleue.



Recopier et compléter par les nombres qui conviennent en résolvant une équation.

33 On note n le nombre situé dans la case jaune.

On doit résoudre l'équation :

$$39n - 22 = 31n + 26$$

Résolution de l'équation

$39n - 22 - 31n = 26$ soit $8n - 22 = 26$ et $8n = 26 + 22$,

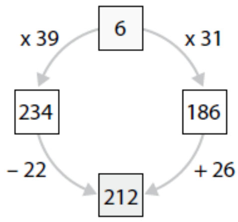
$8n = 48$ et $n = \frac{48}{8} = 6$

Vérification : $39 \times 6 - 22 = 212$ $\quad 31 \times 6 + 26 = 212$

6 est la solution de l'équation.

Interprétation du résultat

6 est le nombre situé dans la case jaune.



34 Luka : « Je pense à un nombre. J'ajoute 21 au double de ce nombre.

Je trouve le même résultat qu'en retranchant de 16 le triple de ce nombre. »

À quel nombre Luka a-t-il pensé ?

34 On note n est le nombre auquel Luka a pensé.

$2n + 21 = 16 - 3n$

$5n + 21 = 16$ $\quad 5n = -5$ $\quad n = -1$

On vérifie que pour $n = -1$

- $2n + 21 = 2 \times (-1) + 21 = 19$
- $16 - 3n = 16 - 3 \times (-1) = 19$

Donc -1 est la solution de cette équation.

Luka a pensé au nombre -1.

35 Nathalie : « Dans ma classe, il y a deux fois plus de filles que de garçons. Un jour d'hiver, lorsque 3 filles et 4 garçons étaient absents, il y avait quatre fois plus de filles que de garçons. »

Qu'en pensez-vous ? Justifier.

35 On note n le nombre de garçons .Le nombre de filles est $2n$.

Un jour d'hiver il y a $n - 4$ garçons et $2n - 3$ filles.

Équation à résoudre :

$2n - 3 = 4(n - 4)$ soit $2n - 3 = 4n - 16$

Résolution de l'équation

$2n - 3 - 2n = 4n - 16 - 2n$ $\quad -3 = 2n - 16$

$-3 + 16 = 2n - 16 + 16$ $\quad 13 = 2n$

$\frac{13}{2} = \frac{2n}{2}$ soit $n = 6{,}5$

Vérification : $2 \times 6{,}5 - 3 = 10$ $\quad 4 \times (6{,}5 - 4) = 4 \times 2{,}5 = 10$

La solution de l'équation est 6,5.

Interprétation du résultat

Ce problème est impossible car il ne peut pas y avoir 6,5 garçons.

36 Un père a 42 ans et son fils a 8 ans.

a. Dans 3 ans, l'âge du père sera-t-il le double de l'âge du fils ?

b. En résolvant une équation, trouver dans combien d'années l'âge du père sera le double de l'âge du fils. Quel sera alors l'âge du père ? du fils ?

36 **a.** Dans 3 ans, le père aura 45 ans et le fils 11 ans. L'âge du père ne sera pas le double de l'âge du fils.

b. Dans n années, le père aura $45 + n$ ans et le fils aura $11 + n$ ans.

On doit résoudre l'équation :

$45 + n = 2(11 + n)$ soit $45 + n = 22 + 2n$

Résolution de l'équation

$45 + n - 22 = 2n$ soit $n + 23 = 2n$

et $23 = 2n - n$ soit $23 = n$

Vérification : $45 + 23 = 68$ $\quad 2(11 + 23) = 68$

23 est la solution de l'équation

Interprétation du résultat

Dans 23 ans , l'âge du père sera le double de l'âge du fils.

Le père aura 68 ans et le fils aura 34 ans.

38 **Énergie**

Pendant les 90 jours où elle a été testée, une éolienne a fourni une énergie électrique de 1 440 kWh.Les jours de vent, elle fournit une énergie électrique de 18 kWh.

Par temps calme, elle fournit une énergie de seulement 15 kWh.

Pendant combien de jours y a-t-il eu du vent ?

38 On note n le nombre de jours ventés.

Il ya $90 - n$ jours calmes.

On doit résoudre l'équation : $18n + 15(90 - n) = 1\,440$

Résolution de l'équation

$18n + 1\,350 - 15n = 1\,440$

$3n + 1\,350 = 1\,440$

$3n = 1\,440 - 1\,350$

$3n = 90$

Soit $n = 30$

Vérification : $18 \times 30 + 15 \times (90 - 30) = 1\,440$

30 est la solution de l'équation.

Interprétation du résultat

30 jours ont été ventés.

39 Math et métier

Pour préparer une pommade qui soigne les irritations, un préparateur en pharmacie a utilisé :

- 60 % d'huile végétale ;
- $\frac{4}{25}$ de fleurs de calendula ;
- 18 g de cire d'abeille.

Quelle masse (en grammes) de pommade ce préparateur a-t-il obtenue ?

39 **1.** On note m la masse de la pommade préparée. On doit résoudre l'équation :

$\frac{60}{100}m + \frac{4}{25}m + 18 = m$

Soit $0{,}76m + 18 = m$

2. Résolution de l'équation

$18 = m - 0{,}76m$ soit $18 = 0{,}24m$

$m = \frac{18}{0{,}24} = 75$

Vérification : $0{,}60 \times 75 + \frac{4}{25} \times 75 + 18 = 75$

75 est la solution de l'équation

Interprétation du résultat

La masse de pommade obtenue est 75 g.

40 Développement durable

Pour réduire la pollution, on charge les camions sur un train. Sur la ligne Fribourg-Novare, à pleine charge, on peut charger des camions de 30 tonnes. Mais si on charge des camions de 20 tonnes, on peut en mettre 8 de plus.

Combien peut-on charger de camions de 30 tonnes ?

40 On note n le nombre de camions de 30 tonnes qu'on peut charger.

On peut alors charger $n + 8$ camions de 20 tonnes.

La pleine charge peut être calculée de deux façons différentes :

Pleine charge : $30n$ tonnes

Pleine charge : $20(n + 8)$ tonnes

Pour trouver n, on doit résoudre l'équation :

$30n = 20(n + 8)$ soit $3n = 20n + 160$

Résolution de l'équation

$30n - 20n = 20n + 160 - 20n$ soit $10n = 160$

$\frac{10n}{10} = \frac{160}{10}$ soit $n = 16$

Vérification : $30 \times 16 = 480$ $\quad 20(16 + 8) = 480$

16 est la solution de l'équation $30n = 20(n + 8)$

Interprétation du résultat

À pleine charge, on peut charger 16 camions de 30 tonnes.

42 Connaître l'Europe (*Source :* Mercer, 2009)

En France, la durée des congés annuels (y compris les jours fériés) est de 10 jours inférieure à celle de la Finlande et de 10 jours supérieure à celle de la Belgique. En moyenne, dans ces trois pays, les travailleurs se reposent 38 jours par an.

Quelle est la durée des congés annuels en France ? Quelle est-elle alors en Finlande et en Belgique ?

42 On note d la durée des congés annuels en France.

La durée des congés annuels :

- en Finlande est $d + 10$ jours
- en Belgique est $d - 10$ jours

La durée totale des congés dans ces 3 pays est :

$38 \times 3 = 114$ jours.

Pour résoudre le problème, on doit résoudre l'équation :

$d + d + 10 + d - 10 = 114$ soit $3d = 114$

donc $d = \frac{114}{3} = 38$

Vérification : $3 \times 38 = 114$

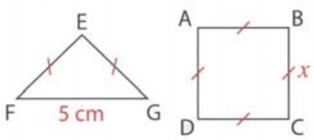
38 est la solution de l'équation $3d = 114$

Interprétation du résultat

La durée des congés annuels est :

- de 38 jours en France
- de 48 jours en Finlande
- de 28 jours en Belgique.

44 x désigne une longueur en cm.



Est-il possible que le carré ABCD et le triangle isocèle EFG aient le même périmètre ? Si oui, construire ces figures.

44 $2x + 5 = 4x \qquad 5 = 2x \qquad x = \frac{5}{2}$

On vérifie que pour $x = \frac{5}{2}$:

- $2x + 5 = 2 \times \frac{5}{2} + 5 = 10$
- $4x = 4 \times \frac{5}{2} = 10$

Donc $\frac{5}{2}$ est la solution de cette équation.

Le carré ABCD et le triangle isocèle EFG ont le même périmètre lorsque $x = 2{,}5$ cm, mais alors le triangle est aplati.