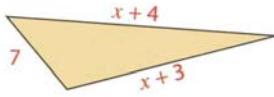


Chapitre 4, Livre 4^{ème}

Calcul littéral – Ex 1^{ère} série - Solutions

11 x désigne un nombre positif. Les dimensions du triangle ci-dessous sont indiquées en centimètres.



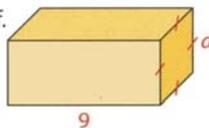
a. Que représente l'expression $L = 2x + 14$ pour ce triangle ?

b. Calculer L pour : $x = 5$ $x = 0,8$

11 a. L représente le périmètre en cm de ce triangle.
($L = x + 4 + x + 3 + 7 = 2x + 14$)

b. Si $x = 5$; $L = 2 \times 5 + 14 = 24$ donc $L = 24$ cm
Si $x = 0,8$; $L = 2 \times 0,8 + 14 = 15,6$ donc $L = 15,6$ cm
Si $x = 0,25$; $L = 2 \times 0,25 + 14 = 14,5$ donc $L = 14,5$ cm.

12 a désigne un nombre positif. Les dimensions du parallépipède rectangle ci-contre sont indiquées en mètres.



a. Que représente l'expression $C = 9a^2$ pour ce solide ?

b. Calculer C pour : $a = 5$ $a = 0,1$

12 a. C représente le volume en m^3 de ce parallépipède rectangle ($C = 9 \times a \times a = 9a^2$)

b. Si $a = 5$; $C = 9 \times 5^2 = 225$ donc $C = 225$ m^3
Si $a = 0,1$; $C = 9 \times 0,1^2 = 0,09$ donc $C = 0,09$ m^3

14 Tom fait son jogging autour du lac d'un château. Après plusieurs tours du lac, il revient à son point de départ. Le tour du lac est 2 fois plus long que la longueur de l'allée.



a. Quelle distance, exprimée en km, parcourt-il s'il fait :
 \bullet 3 tours ? \bullet 4 tours ? \bullet 6 tours ?

b. Le podomètre de Tom lui indique qu'il a parcouru 7,2 km. Combien de tours de lac a-t-il effectués ?

c. En notant n le nombre de tours de lac, exprimer, en km et en fonction de n , la distance totale parcourue par Tom. Vérifier que l'on retrouve les résultats du **a.** avec cette expression.

14 a. $400 \times 2 + 800 \times 3 = 800 + 2\ 400 = 3\ 200$

Si Tom fait 3 tours, il parcourt 3 200 m ou 3,2 km.

$400 \times 2 + 800 \times 4 = 800 + 3\ 200 = 4\ 000$

Si Tom fait 4 tours, il parcourt 4 000 m ou 4 km.

$400 \times 2 + 800 \times 6 = 800 + 4\ 800 = 5\ 600$

Si Tom fait 6 tours, il parcourt 5 600 m ou 5,6 km.

b. 7,2 km, c'est 7 200 m.

$7\ 200 - 2 \times 400 = 6\ 400$

$\frac{6\ 400}{800} = 8$ tours

c. $0,8 + 0,8n$ (ou encore $0,8 \times (n + 1)$)

Si $n = 3$; $0,8 + 0,8 \times 3 = 3,2$

Si $n = 4$; $0,8 + 0,8 \times 4 = 4$

Si $n = 6$; $0,8 + 0,8 \times 6 = 5,6$.

16 $A = a^2 + 1\ 000a + 1\ 000$.

Calculer mentalement A lorsque :

$\bullet a = 0$ $\bullet a = 1$ $\bullet a = -1$ $\bullet a = 2$ $\bullet a = -2$

16 $\bullet A = 1\ 000$

$\bullet A = 2\ 001$

$\bullet A = 1$

$\bullet A = 3\ 004$

$\bullet A = -996$

17 Calculer mentalement la valeur de chacune de ces expressions lorsque $a = -5$.

$A = 112 - 4a$

$B = a^2 - a$

$C = 4a^2 - 100$

17 $A = 132$; $B = 30$; $C = 0$

18 Calculer mentalement.

a. $101 \times 89 + 101 \times 11$

b. $1\ 001 \times 53 - 1\ 001 \times 3$

18 a. $101 \times (89 + 11) = 101 \times 100 = 10\ 100$

b. $1\ 001 \times (53 - 3) = 1\ 001 \times 50 = 50\ 050$

19 Calculer mentalement.

a. 23×27

b. 25^2

c. 38×32

d. 75^2

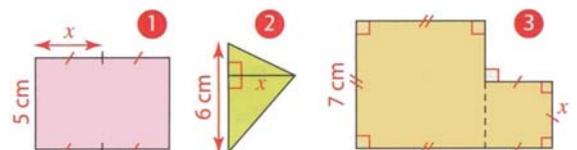
19 a. 621

b. 625

c. 1 216

d. 5 625

20 x désigne un nombre positif. Pour chaque figure, les dimensions sont indiquées en centimètres.



a. Dans chaque cas, exprimer l'aire de la figure en fonction de x .

b. Calculer chacune de ces aires pour $x = 6$, puis $x = 0,5$.

20 a. 1 $A = 5 \times 2x = 10x$

2 $A = \frac{6x}{2} = 3x$

3 $A = 7 \times 7 + x \times x = 49 + x^2$

b. • Si $x = 6$

1 $A = 10 \times 6 = 60$ donc $A = 60 \text{ cm}^2$

2 $A = 3 \times 6 = 18$ donc $A = 18 \text{ cm}^2$

3 $A = 49 + 6^2 = 85$ donc $A = 85 \text{ cm}^2$

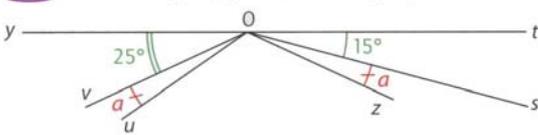
• Si $x = 0,5$

1 $A = 10 \times 0,5 = 5$ donc $A = 5 \text{ cm}^2$

2 $A = 3 \times 0,5 = 1,5$ donc $A = 1,5 \text{ cm}^2$

3 $A = 49 + 0,5^2 = 49,25$ donc $A = 49,25 \text{ cm}^2$

23 Sur cette figure, \widehat{yOt} est un angle plat.



a. Exprimer la mesure de l'angle \widehat{uOz} en fonction de a .

b. Faire cette figure lorsque \widehat{uOz} est un angle droit.

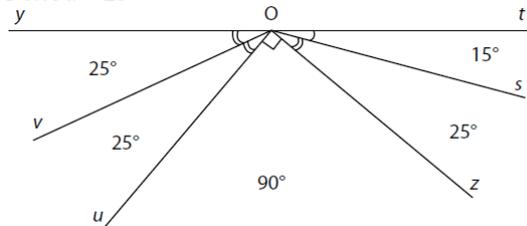
23 a. $\widehat{uOz} = 180^\circ - (25^\circ + 15^\circ + 2a) = 180^\circ - 40^\circ - 2a$

Donc $\widehat{uOz} = 140^\circ - 2a$

b. Il faut que $140^\circ - 2a = 90^\circ$

Donc $2a = 50^\circ$

Donc $a = 25^\circ$



26 n désigne un nombre entier relatif.

Exprimer en fonction de n :

a. le nombre qui suit n ; b. le nombre qui précède n ;

c. la moitié de n ; d. le double de n .

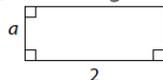
26 a. $n + 1$ b. $n - 1$ c. $\frac{n}{2}$ d. $2n$

29 a désigne un nombre positif.

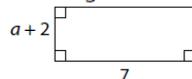
Dessiner une figure géométrique dont l'aire est :

a. $2a$ b. $7(a + 2)$ c. $a^2 + 25$

29 a. Par exemple, un rectangle de dimensions 2 et a .



b. Par exemple, un rectangle de dimensions 7 et $a + 2$.



c. Par exemple, un carré de côté a et un carré de côté 5.



30 $A = 3(1 - 4x)$ $B = 5x^2$ $C = (3x + 4)(-6x + 1)$

Calculer la valeur de chaque expression A, B, C lorsque :

• $x = 0$ • $x = -1$ • $x = \frac{1}{4}$ • $x = 0,5$ • $x = \frac{1}{6}$

30 • $x = 0$, $A = 3$, $B = 0$, $C = 4$

• $x = -1$, $A = 15$, $B = 5$, $C = 7$

• $x = \frac{1}{4}$, $A = 0$, $B = \frac{5}{16}$, $C = -\frac{19}{8}$

• $x = 0,5$, $A = -3$, $B = 1,25$, $C = -11$

• $x = \frac{1}{6}$, $A = 1$, $B = \frac{5}{36}$, $C = 0$

31 On considère l'expression $B = 3x^2 + 2x - 1$.

On souhaite calculer la valeur de B pour les valeurs suivantes de x .

• $x = 0$ • $x = 2,95$ • $x = -5$

• $x = -17,4$ • $x = 10$ • $x = 2,22$

a. Quels calculs peut-on faire mentalement ? Les effectuer.

b. Calculer les autres valeurs de B en utilisant la calculatrice.

31 a. Mentalement :

• Si $x = 0$; $B = 3 \times 0 + 2 \times 0 - 1 = -1$

• Si $x = -5$; $B = 3 \times (-5)^2 + 2 \times (-5) - 1 = 64$

• Si $x = 10$; $B = 3 \times 10^2 + 2 \times 10 - 1 = 319$

b. À la calculatrice

• Si $x = 2,95$; $B = 31,0075$

• Si $x = -17,4$; $B = 872,48$

• Si $x = 2,22$; $B = 18,2252$

32 a. Calculer les expressions suivantes pour $x = -4$.

• $5 + 4x$ • $5(-3x - 11)$ • $x(x + 7)$

• $(3x + 15)^2$ • $5x^2 + 20x + 2$

b. Chaque nombre trouvé correspond à une lettre dans le codage ci-dessous. Retrouver le mot caché.

...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	

32 Pour $x = -4$:

• $5 + 4x = 5 \times 4 - 4 = 5 - 16 = -11$ → B

• $5(-3x - 11) = 5(-3 \times (-4) - 11) = 5 \times 1 = 5$ → R

• $x(x + 7) = -4(-4 + 7) = 4 \times 3 = -12$ → A

• $(3x + 15)^2 = (3 \times (-4) + 15)^2 = 3^2 = 9$ → V

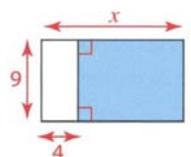
• $5x^2 + 20x + 2 = 5 \times (-4)^2 + 20 \times (-4) + 2 = 80 - 80 + 2 = 2$ → O

34 Dans ce rectangle, la longueur x est variable (x est en cm et est supérieur à 4).

Exprimer l'aire du domaine bleu, en fonction de x :

a. sous la forme d'un produit ;

b. sous la forme d'une somme algébrique.



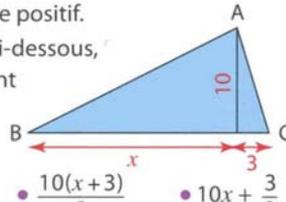
34 a. $9(x - 4)$

b. $9x - 9 \times 4 = 9x - 36$

35 x désigne un nombre positif.

a. Parmi les expressions ci-dessous, recopier celles qui donnent l'aire du triangle ABC.

- $10x + 3$ • $5x + 3$
- $5(x + 3)$ • $5x + 15$ • $\frac{10(x+3)}{2}$ • $10x + \frac{3}{2}$



b. Calculer cette aire **mentalement** lorsque $x = 20$ en précisant la formule utilisée.

38 a. $\frac{10(x+3)}{2} = 5(x+3) = 5x + 15$

b. Si $x = 20$; $5 \times 20 + 15 = 115$

36 $A = \frac{2}{3}(t+1) - \frac{1}{3}(2t-1)$

$B = 2(x+7) + \frac{3}{4}(12-x)$

PORTER
UN REGARD
CRITIQUE

Jenny : « Ces deux expressions sont indépendantes de la valeur donnée à la variable ». A-t-elle raison ? Justifier.

38 Développons ces deux expressions :

$A = \frac{2}{3}(t+1) - \frac{1}{3}(2t-1) = \frac{2}{3}t + \frac{2}{3} - \frac{2}{3}t + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

$B = 2(x+7) + \frac{3}{4}(12-x) = 2x + 14 + 9 - \frac{3}{4}x = \frac{5}{4}x + 23.$

Jenny a tort.

L'expression A est indépendante de la valeur donnée à la variable, mais pas l'expression B.

38 Dans chaque cas, développer l'expression.

$A = -3(-12,5 + 2a)$

$B = -5(8x - 6)$

$C = (-t + 5)(-12)$

$D = 0,4(-12x + 6)$

$E = -\frac{4}{3}(3a - 6)$

$F = \frac{11}{6}y(24y - 2)$

38 Développons :

$A = 37,5 - 6a$

$B = -40x + 30$

$C = 12t - 60$

$D = -4,8x + 2,4$

$E = -4a + 8$

$F = 44y^2 - \frac{11}{3}y$

40 $A = 5t - 25$

$B = 12 + 6x^2$

$C = 10a - 20b$

$D = 16x - 4$

40 $A = 5t - 25 = 5(t - 5)$

$B = 12 + 6x^2 = 6(2 + x^2)$

$C = 10a - 20b = 10(a - 2b)$

$D = 16x - 4 = 4(4x - 1)$

42 $A = -6x^2 + 18x + 15$

$B = 10a - 16a^2$

$C = x^2(x + 1) + 5x^2$

$D = \frac{2}{3}t^2 + \frac{4}{3}t$

42 $A = -6x^2 + 18x + 15 = 3(-2x^2 + 6x + 5)$

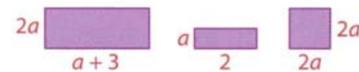
$B = 10a - 16a^2 = 2a(5 - 8a)$

$C = x^2(x + 1) + 5x^2 = x^2(x + 1 + 5) = x^2(x + 6)$

$D = \frac{2}{3}t^2 + \frac{4}{3}t = \frac{2}{3}t(t + 2)$

44 Simon affirme : « La somme des aires de ces trois rectangles est égale à l'aire d'un rectangle dont un côté mesure $2a$ ».

Quelle est la deuxième dimension de ce rectangle ?



44 Calculons la somme des aires des trois rectangles :

$2a(a + 3) + 2a + (2a)(2a)$

Ou encore, en mettant $(2a)$ en facteur :

$2a(a + 3 + 1 + 2a) = 2a(3a + 4)$

La deuxième dimension du rectangle est donc $3a + 4$.