Chapitre 3, Livre 4ème

Puissances – Exercices 1ère série

12 Dans un parc d'attractions, il y a 6 trains qui comportent chacun 6 wagons contenant chacun 6 personnes. Combien de personnes peuvent faire en même temps cette attraction ?

Voir document « Exercices développés »

- 1 wagon = 6 personnes = 6^1
- 1 train = 6 wagons = 6x6 personnes = 6^2
- 6 trains = 6x6 wagons = 6x6x6 personnes = 6^3

Nombre de personnes = 6^3 =216 personnes

13 **Santé**

Une culture de la bactérie *Escherichia-coli* se multiplie par 5 chaque heure lorsque la température et la nourriture sont convenables.

a. Dans ces conditions, par combien serait multiplié le nombre de bactéries en 4 h ?

b. S'il y avait 10 000 bactéries initialement, à partir de combien d'heures seraient-elles plus d'un milliard ?

a. Soit x, le nombre de bactéries au départ.

- Bactéries après 1h : $x \times 5 = 5^1 x$
- Bactéries après 2h : $x \times 5 \times 5 = 5^2 x$
- Bactéries après 3h : $x \times 5 \times 5 \times 5 = 5^3 x$
- Bactéries après 4h : $x \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4 x$, soit 625 x plus.

b. avec les nombres entiers

$$\frac{1'000'000'000}{10'000} = 100'000$$

$$5^7 < 100'000 < 5^8$$

Après 8h, le nombre de bactéries dépasserait 1 milliard.

b. avec les puissances de 10

$$\frac{10^9}{10^4} = 10^{9-4} = 10^5$$

$5^7 < 10^5 < 5^8$ (à l'aide de la calculatrice)

Après 8h, le nombre de bactéries dépasserait 1 milliard.

14 Écrire sous la forme d'une puissance d'un nombre.

$A = 5 \times 5 \times 5 \times 5$ $\quad$ $B = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$C = (-7,3) \times (-7,3)$ $\quad$ $D = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

$A = 5^4$ $\qquad$ $B = (-3)^5 = -3^5$

$C = (-7,3)^2 \neq -7,3^2$ $\qquad$ $D = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3^4} \neq \frac{1^4}{3}$

15 Écrire sous forme d'un produit, puis calculer.

a. 4^3 **b.** $(-3)^4$ **c.** 7 au cube **d.** (−8) au carré **e.** 0,2 exposant 5

a. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

b. $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

c. $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$

d. $(-8)^2 = (-8) \times (-8) = 64$

e. $0,2^5 = 0,2 \times 0,2 \times 0,2 \times 0,2 \times 0,2 = 0,00032$

16 Calculer à la main.

a. 2^5 **b.** $(-2)^6$ **c.** -2^6 **d.** 2011^0 **e.** 0^{2011} **f.** $(-1)^{2011}$ **g.** $0,6^2$ **h.** $(-0,4)^3$

a. $2^5 = 32$ $\quad$ b. $(-2)^6 = 64$ $\quad$ c. $-2^6 = -64$

d. $2011^0 = 1$ $\quad$ e. $0^{2011} = 0$ $\quad$ f. $(-1)^{2011} = -1$

g. $0,6^2 = 0,36$ $\quad$ h. $(-0,4)^3 = -0,064$

17 Calculer sous forme fractionnaire.

a. $\left(\frac{1}{5}\right)^4$ **b.** $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ **c.** $\left(\frac{4}{3}\right)^2$

a. $\left(\frac{1}{5}\right)^4 = \frac{1}{625}$ $\quad$ b. $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$ $\quad$ c. $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$

18 Recopier et compléter.

a. $9^{-2} = \frac{1}{9^{\cdots}} = \frac{1}{\cdots}$ $\quad$ **b.** $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^{\cdots}} = -\frac{1}{\cdots}$

a. $9^{-2} = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{81}$ $\quad$ b. $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$

19 Donner une écriture fractionnaire.

a. 5^{-3} **b.** $(-6)^{-1}$ **c.** $(-0,5)^{-2}$

a. $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$ $\quad$ b. $(-6)^{-1} = -\frac{1}{6}$

c. $(-0,5)^{-2} = \frac{1}{0,5^2} = \frac{1}{0,25} = 4$

20 Donner l'écriture décimale.

a. $0{,}5^{-1}$ **b.** $\left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$ **c.** $2{,}5^{-2}$

a. $0{,}5^{-1} = \dfrac{1}{0{,}5} = \dfrac{10}{5} = 2$

b. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-5} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{3}\right)^5} = 1 \times \left(\dfrac{3}{1}\right)^5 = 243$

c. $2{,}5^{-2} = \dfrac{1}{2{,}5^2} = \dfrac{1}{6{,}25} = 0{,}16$

Remarque sur l'exercice c.

$$\frac{1}{2{,}5} = \frac{1}{2{,}5} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{10}$$

$$\left(\frac{1}{2{,}5}\right)^2 = \left(\frac{4}{10}\right)^2 = \frac{16}{100} = 0{,}16$$

21 Écrire sous la forme n^m avec n et m nombres entiers relatifs.

a. $\frac{1}{4^3}$ **b.** $\frac{1}{4^{-3}}$ **c.** $\frac{1}{(-3)^{-5}}$ **d.** $\frac{1}{(-3)^5}$

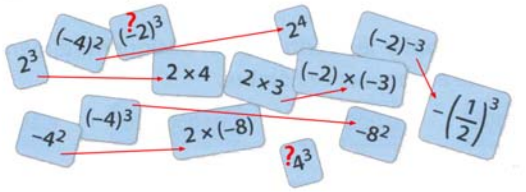
a. $\dfrac{1}{4^3} = 4^{-3}$

b. $\dfrac{1}{4^{-3}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{4^3}} = 4^3$

c. $\dfrac{1}{(-3)^{-5}} = -\dfrac{1}{\dfrac{1}{3^5}} = -3^5$

D. $\dfrac{1}{(-3)^5} = -\dfrac{1}{3^5} = -3^{-5}$

22 Amélie affirme : « Les nombres de cette liste sont deux à deux égaux ». A-t-elle raison ?



$2^3 = 2\times4 = 8$ $(-4)^2 = 2^4 = 16$

$(-2)^3 = -8$ $2\times3 = (-2)\times(-3) = 6$

$(-2)^{-3} = -\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = -\dfrac{1}{8}$ $-4^2 = 2\times(-8) = -16$

$(-4)^3 = -8^2 = -64$ $4^3 = 64$

Amélie a tort : $(-2)^3$ et 4^3 ne sont pas égaux.

Pour les exercices 23 à 25, écrire avec une seule puissance d'un nombre relatif.

23 **a.** $7^2 \times 7^3$ **b.** $(-5)^4 \times (-5)^2$ **c.** $3^4 \times 3 \times 3^2$

23 **a.** 7^5 **b.** $(-5)^6$ **c.** 3^7

24 **a.** $\frac{9^2}{9^5}$ **b.** $\frac{(-3)^6}{(-3)^4}$ **c.** $\frac{7^2 \times 7^6}{7^3}$

24 **a.** 9^{-3} **b.** $(-3)^2$ **c.** 7^5

25 **a.** $17^2 \times 3^2$ **b.** $(-4)^3 \times 6^3$ **c.** $36^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$

25 **a.** 51^2 **b.** $(-24)^3$ **c.** 18^2

26 Un nénuphar double de surface chaque jour. Au bout de 6 mois, il occupe la moitié de la surface d'un étang.
Au bout de combien de temps recouvrira-t-il entièrement la surface de cet étang ?

26 $\frac{1}{2} \times 2 = 1$
Il recouvrira entièrement la surface de cet étang au bout de 6 mois et 1 jour.

27 Une nouvelle chanson est à la mode. Chaque jour 7 fois plus de personnes que la veille entendront cette chanson. Un vendredi, 7^{11} personnes entendent cette chanson.

Exprimer sous la forme d'une puissance de 7 le nombre de personnes qui l'ont entendue (ou l'entendront) :

a. la veille **b.** 3 jours auparavant
c. le lendemain **d.** 4 jours plus tard

27 **a.** 7^{10} **b.** 7^8 **c.** 7^{12} **d.** 7^{15}

28 Dans chaque cas, donner la réponse sous la forme d'une puissance de 2.

a. Quel est le double de 2^9 ?
b. Quelle est la moitié de 2^9 ?
c. Quel est le quart de 2^9 ?

28 **a.** $2 \times 2^9 = 2^{10}$ **b.** $\frac{1}{2} \times 2^9 = 2^8$
c. $\frac{1}{4} \times 2^9 = \frac{1}{2^2} \times 2^9 = 2^7$

39 Un digicode au bas d'un immeuble est composé de deux lettres suivies de deux chiffres. Exprimer à l'aide d'une seule puissance le nombre de digicodes possibles.

39 $26^2 \times 10^2 = 260^2$
Il y a 260^2 digicodes possibles.
… soit 67'600 possibilités !

42 Donner mentalement l'écriture décimale ou fractionnaire de chaque nombre.

a. 2^4 b. $(-2)^4$ c. -2^4 d. $\left(\frac{1}{4}\right)^2$
e. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ f. 3^{-3} g. $(-3)^3$ h. -3^{-2}

42 a. 16 b. 16 c. −16 d. $\frac{1}{16}$ e. $\frac{8}{27}$
f. $\frac{1}{27}$ g. −27 h. $-\frac{1}{9}$

43 Au self de la cantine, les élèves ont le choix entre 4 entrées, 4 plats et 4 desserts. Combien de menus différents peuvent être ainsi composés ?

43 $4 \times 4 \times 4 = 64$
64 menus différents peuvent être composés.

44 Calculer mentalement.

a. $0{,}25^2 \times 4^2$ b. $8^2 \times 1{,}25^2$ c. $0{,}4^2 \times 25^2$
d. $5^3 \times 2^3$ e. $25^3 \times 0{,}04^3$ f. $0{,}05^4 \times 20^4$

44 a. 1 b. 100 c. 100 d. 1 000 e. 1 f. 1

45 Exprimer mentalement avec une seule puissance de 10.

a. $10^{-3} \times 10^7$ b. $\frac{10^8}{10^5}$ c. $\frac{10^3}{10^{-4}}$ d. $(10^{-6})^{-2}$
e. $\frac{10^4 \times 10^6}{10^5}$ f. $\frac{10^{-5} \times 10^3}{10^{-4}}$ g. $10^3 \times (10^4)^2$

45 a. 10^4 b. 10^3 c. 10^7 d. 10^{12} e. 10^5
f. 10^2 g. 10^{11}

46 Dans chaque cas, déterminer le nombre manquant.

a. $7^3 \times 7^{\cdots} = 7^7$ b. $3^4 \times 3^{\cdots} = 3^{-2}$
c. $56^2 = 7^2 \times \ldots^2$ d. $6^3 = 2^3 \times \ldots^3$

46 a. $7^3 \times 7^4 = 7^7$ b. $3^4 \times 3^{-6} = 3^{-2}$
c. $56^2 = 7^2 \times 8^2$ d. $6^3 = 2^3 \times 3^3$

47 Dans chaque cas, déterminer le nombre manquant.

a. $\frac{9^{10}}{9^{\cdots}} = 9^7$ b. $\frac{3^{-2}}{3^{\cdots}} = 3^6$
c. $4{,}5^2 = 0{,}9^2 \times \ldots^2$ d. $1{,}5^{10} = 3^{10} \times \ldots^{10}$

47 a. $\frac{9^{10}}{9^3} = 9^7$ b. $\frac{3^{-2}}{3^{-8}} = 3^6$
c. $4{,}5^2 = 0{,}9^2 \times 5^2$ d. $1{,}5^{10} = 3^{10} \times 0{,}5^{10}$

48 Recopier et compléter en s'aidant éventuellement de la calculatrice.

a	2			9		−4
n		−1	5		4	
a^n	32	0,5	−32	1	1 296	−1 024

a	2	2	−2	9	6	−4
n	5	−1	5	0	4	5
a^n	32	0,5	−32	1	1 296	−1 024

53 Dans chaque cas, trouver le nombre qui manque.

a. $3^2 + 4^2 = \ldots^2$
b. $\ldots^2 + 15^2 = 17^2$
c. $\ldots^3 + 6^3 + 8^3 = 9^3$
d. $4^4 + 6^4 + 8^4 + 9^4 + 14^4 = 15^{\cdots}$

53 a. $3^2 + 4^2 = 5^2$ b. $8^2 + 15^2 = 17^2$
c. $1^3 + 6^3 + 8^3 = 9^3$ d. $4^4 + 6^4 + 8^4 + 9^4 + 14^4 = 15^4$

54 a. $(8 - 3 \times 2)^2$ b. $8 - 3 \times 2^2$
c. $(8 - 3) \times 2^2$ d. $8 - (3 \times 2)^2$

54 a. 4 b. −4 c. 20 d. −28

55 a. $2 + 4 \times 7^2$ b. $(-3)^2 + 2 \times 5^2$
c. $-3(-8 + 6)^5$ d. $[3 - 2(-4)]^2 \times 3$

55 a. 198 b. 59 c. 96 d. 363

56 a. $(4 + 2)^2 : 9$ b. $16 : (9 - 7)^2$
c. $\frac{54}{5 \times 9 - 6^2}$ d. $\frac{(5^2 - 3 \times 7)^2}{10 - 2^3}$

56 a. 4 b. 4 c. 6 d. 8

58 Dans chaque cas, écrire avec une puissance d'un seul nombre.

a. Le quart de 2^7. b. Le cinquième de 5^8.
c. Le carré de 7^3. d. Le triple de 3^{-3}.

58 a. 2^5 b. 5^7 c. 7^6 d. 3^{-2}

Pour les exercices 59 et 60, utiliser la définition d'une puissance pour écrire l'expression avec une puissance d'un seul nombre.

59 a. $6^4 \times 36$ b. 8×2^5 c. $\frac{125}{5^4}$

59 a. 6^6 b. 2^8 c. 5^{-1}

60 a. $25 \times 0{,}2^2$ b. $16^3 \times 2^4$ c. $\frac{9^4}{3^3}$

60 a. 1^2 b. 2^{16} c. 3^5

61 Sans effectuer de calcul, expliquer pourquoi : a. $36^3 = 6^6$ b. $27^4 = 3^{12}$

PRENDRE DES INITIATIVES

61 a. $36^3 = (6^2)^3 = 6^6$ b. $27^4 = (3^3)^4 = 3^{12}$