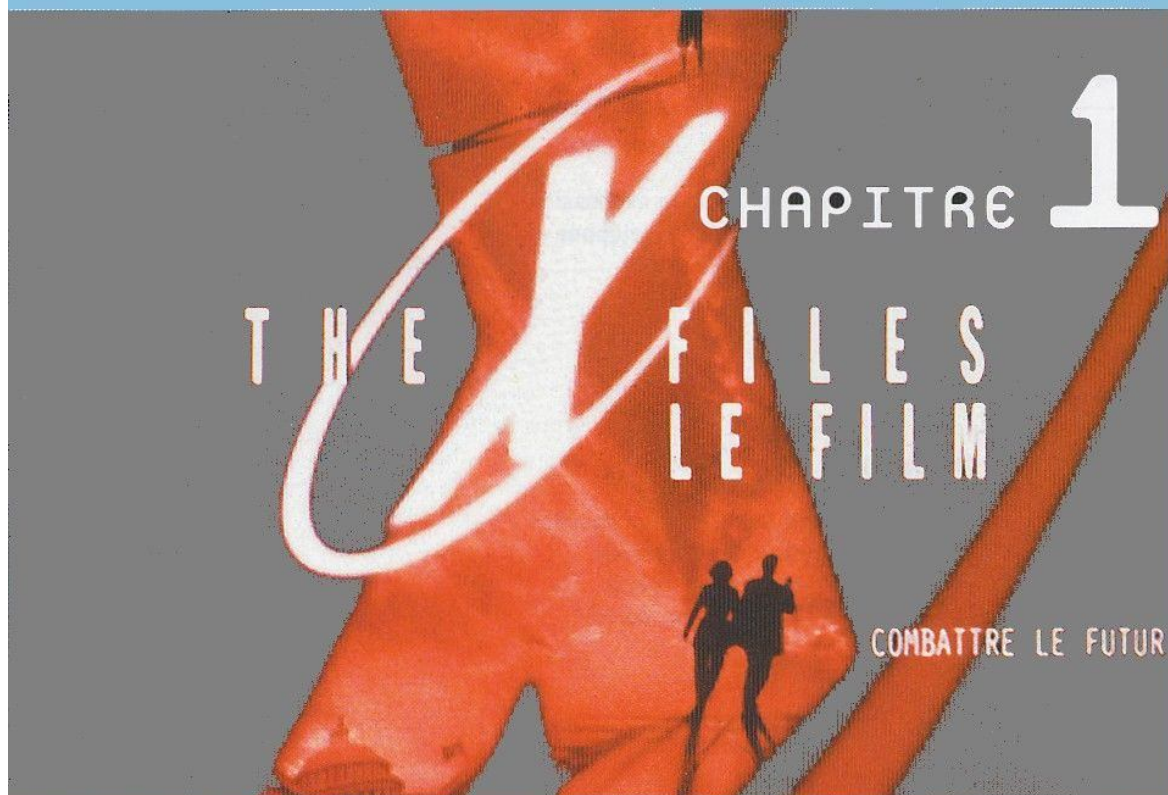


ÉCRITURES LITTÉRALES IDENTITÉS REMARQUABLES



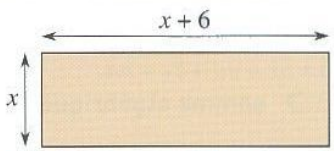
© Aff. du film X-files / Collection Christophe L. - Serge Durmon

De la 4^e à la 3^e

Le film « The X files » (1998) raconte l'histoire de deux agents du FBI qui enquêtent sur des phénomènes étranges et inexplicables.

QCM

Pour chaque question, indiquer la réponse exacte (ou les réponses exactes).

		A	B	C	D
1	La forme réduite de $n + (1 - n) - (n - 2)$ est :	$n - 3$	$3 - n$	$-n - 1$	$1 - n$
2	Pour $x = \frac{1}{3}$, la valeur numérique de $E = 4(x + 1) - (x + 3)$ est :	2	3	8	9
3	$x^2 + 5x$ est égal à :	$7x$	$5x^3$	$5x(x + 1)$	$x(x + 5)$
4	La forme développée et réduite de $(x + 3)(x - 2)$ est :	$x^2 - 6$	$x^2 - x - 6$	$x^2 + x - 6$	$x^2 + 5x - 6$
5	 L'aire du rectangle peut s'écrire :	$x(x + 6)$	$x^2 + 6x$	$2(2x + 6)$	$4x(x + 6)$

DE QUOI S'AGIT-IL ?

Comment développer, puis réduire une expression ?

1. Distributivité simple (vue en 4^e)

1^{re} partie

Recopier, puis relier chaque expression du cadre de gauche à celle développée et réduite qui lui est égale à droite.

$$3(4x + 1) - 16x - 1$$

$$-(2x - 7) + (6x - 5)$$

$$x(x - 4) - (x^2 + 2)$$

$$4(3x - 3) - 2(4x - 5)$$

$$\bullet -4x - 2$$

$$\bullet 4x - 2$$

$$\bullet 4x + 2$$

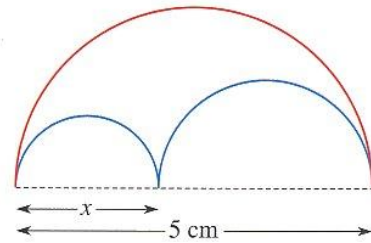
$$\bullet -4x + 2$$

2^{de} partie

Comparer la longueur des deux courbes :

- en rouge (le grand demi-cercle) ;
- en bleu (les deux demi-cercles).

(On prendra 3,14 pour valeur de π .)



2. Distributivité double (vue en 4^e)

Répondre par **VRAI** ou **FAUX** et justifier.

a. Le développement du produit $(a - 4)(b + 5)$ est $ab + 5a - 4b + 20$.

b. Le développement du produit $\left(x - \frac{1}{2}\right)(2x + 6)$ est $2x^2 + 5x + 3$.

c. Quel que soit n , on peut écrire $n + (n + 1)(n - 2) + 2 = n^2$.

d. Si $A = 6(x + 1) - 2y$, $B = -3x - 2(z - y)$ et $C = (x + 2)(z - 3)$, alors $A + B + C = xz$.

On retiendra que **développer un produit**, c'est l'écrire sous forme de somme algébrique. Pour cela, on utilise la propriété de distributivité.

Pour n'importe quels nombres relatifs k , a , b , c et d :

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

produit $\Rightarrow$ **somme algébrique**

DE QUOI S'AGIT-IL ?

Que signifie « identités remarquables » ?

3. Remarquable !

1^{re} partie • Carré d'une somme

1. a. Les lettres a et b désignent des nombres.

Développer et réduire $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = \dots$.

b. Dans chaque suite d'égalités ci-dessous, il y a bien sûr une erreur ; laquelle ?

$$100 = 10^2 = (7 + 3)^2 = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$$

$$100 = 64 + 36 = 8^2 + 6^2 = (8 + 6)^2 = 14^2 = 196$$

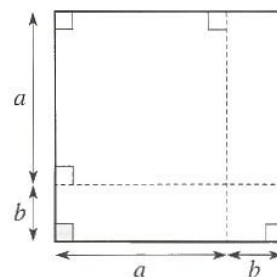
2. a. Pour la figure ci-contre, que calcule-t-on lorsqu'on écrit $a + b$? $(a + b)^2$?

b. Reproduire cette figure.

Colorier en rouge l'aire représentée par $a^2 + b^2$.

Colorier en vert l'aire représentée par $2ab$.

c. À l'aide de a et b , écrire l'égalité qui montre que l'aire de la figure s'exprime de deux façons.



2^e partie • Carré d'une différence

1. Développer et réduire : $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = \dots$.

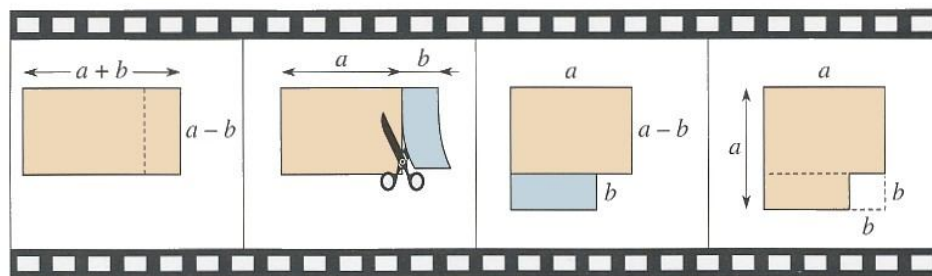
2. Dans chaque suite d'égalités ci-dessous, il y a bien sûr une erreur ; laquelle ?

$$16 = 4^2 = (5 - 1)^2 = 5^2 - 1^2 = 25 - 1 = 24$$

$$16 = 25 - 9 = 5^2 - 3^2 = (5 - 3)^2 = 2^2 = 4$$

3^e partie • Produit d'une somme par une différence

1. L'histoire sans paroles décrite ci-dessous conduit à une égalité ; laquelle ?



2. Développer et réduire le produit $(a + b)(a - b)$. Comparer avec l'égalité du 1.

Il est indispensable de connaître par cœur les trois développements correspondant aux trois produits : $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ et $(a + b)(a - b)$.

Les trois égalités obtenues s'appellent **des identités remarquables**, car elles sont vérifiées pour toute valeur donnée à a et b .

DE QUOI S'AGIT-IL ?

Comment factoriser une expression ?

4. Expressions factorisées ou développées

- (A) $x^2 + 3x$ (B) $(x + 3)^2$ (C) $x^2 + 6x + 9$ (D) $(x - 3)^2$
 (E) $x(x - 3)$ (F) $x^2 - 16$ (G) $(x + 8)(x - 2)$ (H) $x(x + 3)$
 (I) $x^2 - 3x$ (J) $(x + 4)(x - 4)$ (K) $x^2 - 6x + 9$ (L) $x^2 + 6x - 16$

En classant ces douze expressions, celles factorisées (mises sous forme de produit), d'une part, et celles développées, d'autre part, Sabine constate que toutes « vont par deux ». Retrouver le classement de Sabine et remplir un tableau de type ci-dessous :

expressions factorisées		expressions développées
...	=	...

5. Le facteur commun

1^{re} partie

Calculer mentalement :

$$A = 5,24 \times 3 + 5,24 \times 7 ;$$

$$B = 1,3 \times 7,2 - 7,2 \times 0,3 ; \quad C = 0,5 \times \frac{16}{13} + 0,5 \times \frac{10}{13} .$$

« Un calcul ne s'exécute pas, il se médite. »
A. Revuz

2^{de} partie

$$D = (2x - 1)(x - 1) - 2(x - 1) ;$$

$$E = x(2x - 1) - x(x + 2) ;$$

$$F = (x - 1)(2x - 1) + (2x - 1)(x + 2) ;$$

$$G = (x + 2)^2 + (2x - 1)(x + 2) .$$

1. Recopier chaque expression ci-dessus et souligner le facteur commun.

2. On a pu factoriser chaque expression en utilisant la règle de distributivité. Les quatre résultats obtenus sont donnés ci-dessous *en vrac et incomplets*.

Remplacer les pointillés par les expressions convenables :

$$x(\dots) ; \quad (2x - 1)(\dots) ; \quad (x + 2)(\dots) ; \quad (x - 1)(\dots) .$$

On retiendra que **factoriser une somme algébrique**, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

Lorsqu'on parvient à reconnaître des développements du type $ka + kb$ ou $ka - kb$, on peut factoriser ces développements en utilisant la règle de distributivité :

$$ka + kb = k(a + b)$$

$$ka - kb = k(a - b)$$

somme algébrique $\Rightarrow$ produit

DE QUOI S'AGIT-IL ?

Comment factoriser une expression ? (suite)

6. Des développements à remarquer

1^{re} partie

1. Il paraît que l'on peut effectuer mentalement les deux calculs suivants :

$$A = 55^2 - 45^2 ; \quad B = 101^2 - 99^2 .$$

Donner le résultat en recherchant, pour chaque calcul, une procédure qui évite de poser les opérations. *(Penser aux résultats de la page 15.)*

2. Soit l'expression $E = 4x^2 - 1$.

L'un des six produits du tableau ci-dessous est égal à E ; lequel ?

(On peut bien sûr développer tous les produits, mais il est préférable d'essayer de reconnaître dans l'expression E un développement d'identité remarquable.)

POUR ÉVITER DE POSER
DES OPÉRATIONS,
Y'A QU'A ÉVITER DE
POSER DES QUESTIONS !!



$(4x - 1)(4x + 1)$	$(x + 4)(x - 4)$	$4(x - 1)(x + 1)$
$(2x - 1)^2$	$(2x + 1)(2x - 1)$	$4x(x - 1)$

2^{de} partie

1. Il paraît que l'on peut effectuer mentalement les calculs suivants :

$$C = 3,5^2 + 2 \times 3,5 \times 1,5 + 1,5^2 ; \quad D = \left(\frac{9}{7}\right)^2 - 2 \times \frac{9}{7} \times \frac{2}{7} + \left(\frac{2}{7}\right)^2 .$$

Donner le résultat en recherchant, pour chaque calcul, une procédure qui évite de poser les opérations. *(Penser aux résultats de la page 15.)*

2. Soit l'expression $F = x^2 - 6x + 9$.

L'un des six produits du tableau ci-dessous est égal à F ; lequel ?

$(x + 3)^2$	$(x - 6)^2$	$3x(x - 3)$
$(x - 3)(x + 3)$	$(x - 3)^2$	$x(x - 6)$

Lorsqu'on parvient à reconnaître des développements du type :

$$a^2 - b^2 \text{ ou } a^2 + 2ab + b^2 \text{ ou } a^2 - 2ab + b^2 ,$$

on peut factoriser ces développements en utilisant les identités remarquables :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 .$$

somme algébrique $\Rightarrow$ produit