

Chapitre 1, Livre 3^{ème}

Ecritures littérales – Identités

13 $(x+1)^2$; $(t+5)^2$; $(n+3)^2$;
 $(x-1)^2$; $(t-5)^2$; $(n-3)^2$.

13 $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$;
 $(t+5)^2 = t^2 + 10t + 25$;
 $(n+3)^2 = n^2 + 6n + 9$;
 $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$;
 $(t-5)^2 = t^2 - 10t + 25$;
 $(n-3)^2 = n^2 - 6n + 9$.

14 $(x+1)(x-1)$; $(t+5)(t-5)$;
 $(n-3)(n+3)$; $(a-0,8)(a+0,8)$.

14 $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$;
 $(t+5)(t-5) = t^2 - 25$;
 $(n-3)(n+3) = n^2 - 9$;
 $(a-0,8)(a+0,8) = a^2 - 0,64$.

15 $(x-2)^2$; $(x+2)^2$; $(x-2)(x+2)$;
 $(3x+1)^2$; $(3x-5)^2$; $(3x+4)(3x-4)$.

15 $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$;
 $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$;
 $(x-2)(x+2) = x^2 - 4$;
 $(3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$;
 $(3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$;
 $(3x+4)(3x-4) = 9x^2 - 16$.

16 $(2x + \frac{1}{4})^2$; $(2x - \frac{1}{4})^2$; $(2x + \frac{1}{4})(2x - \frac{1}{4})$;
 $(\frac{n}{2} - 1)^2$; $(\frac{y}{2} + 1)^2$; $(\frac{a}{2} - 1)(\frac{a}{2} + 1)$.

16 $(2x + \frac{1}{4})^2 = 4x^2 + x + \frac{1}{16}$;
 $(2x - \frac{1}{4})^2 = 4x^2 - x + \frac{1}{16}$;
 $(2x + \frac{1}{4})(2x - \frac{1}{4}) = 4x^2 - \frac{1}{16}$;
 $(\frac{n}{2} - 1)^2 = \frac{n^2}{4} - n + 1$;
 $(\frac{y}{2} + 1)^2 = \frac{y^2}{4} + y + 1$;
 $(\frac{a}{2} - 1)(\frac{a}{2} + 1) = \frac{a^2}{4} - 1$.



Calcul mental

17 Un professeur s'adresse à ses élèves en classe de 3^e : « Si vous connaissez bien les identités remarquables, vous pouvez calculer rapidement, sans poser les opérations, les produits suivants :

$$31 \times 31 ; \quad 29 \times 29 ; \quad 31 \times 29 . \text{ »}$$

1. Justifier la remarque du professeur et donner les résultats demandés.

2. Pour vous entraîner, calculez :

$$41^2 = ? \quad 39^2 = ? \quad 39 \times 41 = ?$$

18 $21^2 = ?$ $19^2 = ?$ $19 \times 21 = ?$
 $49^2 = ?$ $51^2 = ?$ $49 \times 51 = ?$
 $88 \times 92 = ?$ $101^2 = ?$ $101 \times 99 = ?$

17 1. $(30+1)(30+1) = (30+1)^2$
 $= 900 + 60 + 1 = 961$;
 $(30-1)(30-1) = (30-1)^2 = 900 - 60 + 1 = 841$;
 $(30+1)(30-1) = 900 - 1 = 899$.

2. $41^2 = 1\ 600 + 80 + 1 = 1\ 681$;
 $39^2 = 1\ 600 - 80 + 1 = 1\ 521$;
 $39 \times 41 = (40-1)(40+1) = 1\ 600 - 1 = 1\ 599$.

18 Par la même méthode que pour l'exercice 17 :

$$21^2 = 441 ; \quad 19^2 = 361 ; \quad 19 \times 21 = 399 ;$$

$$49^2 = 2\ 401 ; \quad 51^2 = 2\ 601 ; \quad 49 \times 51 = 2\ 499 ;$$

$$88 \times 92 = 8\ 096 ; \quad 101^2 = 10\ 201 ;$$

$$101 \times 99 = 9\ 999 .$$

19 Développer et réduire chaque expression.

$$A = (x+5)^2 + (x-5)^2 ;$$

$$B = (2x+3)^2 - (2x-3)^2 ;$$

$$C = (x+6)^2 + (x+6)(x-6) .$$

19 $A = 2x^2 + 50$;
 $B = 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 12x + 9)$
 $= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 12x - 9$
 $= 24x$;
 $C = 2x^2 + 12x$.

20 Développer et réduire chaque expression.

$$D = (x + 9)^2 - (18x + 1) ;$$

$$E = (x - 3)^2 + x(x + 6) ;$$

$$F = (x + 2)^2 - (x + 1)(x - 1) .$$

20 $D = x^2 + 80 ;$

$$E = 2x^2 + 9 ;$$

$$F = x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 1)$$

$$= 4x + 5 .$$

21 $D = (x + 1)^2 - x^2 .$

1. Développer et réduire l'expression D .

2. Quelle est la valeur de D pour $x = \frac{3}{2}$?

21 1. $D = 2x + 1 .$

2. Pour $x = \frac{3}{2}$, $D = 4 .$

22 Recopier et compléter :

a. $(x + \dots)^2 = \dots + \dots + 25 ;$

b. $(y - \dots)^2 = \dots - \dots + 1 ;$

c. $(z + \dots)^2 = \dots + 8z + \dots ;$

d. $(n + \dots)(n - \dots) = \dots - 49 .$

22 a. $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25 ;$

b. $(y - 1)^2 = y^2 - 2y + 1 ;$

c. $(z + 4)^2 = z^2 + 8z + 16 ;$

d. $(n + 7)(n - 7) = n^2 - 49 .$

23 Recopier et compléter :

a. $(\dots + 4)^2 = 9x^2 + \dots + \dots ;$

b. $(\dots - 5)^2 = 16x^2 - \dots + \dots ;$

c. $(2x + \dots)^2 = \dots + 12x + \dots ;$

d. $(\dots + 1)(\dots - 1) = 36x^2 - \dots .$

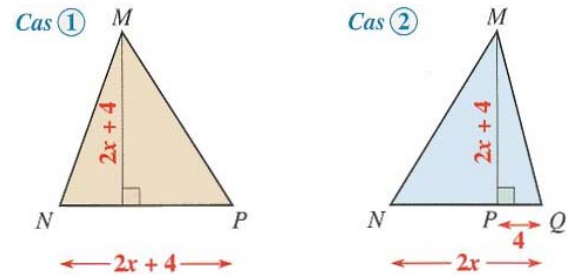
23 a. $(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16 ;$

b. $(4x - 5)^2 = 16x^2 - 40x + 25 ;$

c. $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9 ;$

d. $(6x + 1)(6x - 1) = 36x^2 - 1 .$

24 Dans chacun des cas ci-dessous, exprimer en fonction de x l'aire du triangle MNP . Donner le résultat sous forme développée et réduite.



24 Soit \mathcal{A} l'aire de MNP .

$$A_1 = \frac{(2x + 4) \times (2x + 4)}{2} = 2x^2 + 8x + 8$$

$$A_2 = \frac{(2x - 4) \times (2x + 4)}{2} = 2x^2 - 8$$

60 1. Compléter les identités remarquables :

type ① $(a + b)^2 = \dots ;$

type ② $(a - b)^2 = \dots ;$

type ③ $(a + b)(a - b) = \dots .$

2. On veut développer $E = (3x - 4)^2$.

a. Quelle identité remarquable va-t-on utiliser ? Préciser avec quelle valeur de a et quelle valeur de b .

b. Donner le développement de E .

3. Reprendre la question 2. pour $F = (5x + 1)^2$.

4. Reprendre la question 2. pour

$$G = (2x + 7)(2x - 7) .$$

60 1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ;$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ;$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 .$$

2. a. On utilise l'identité remarquable de type ② pour $a = 3x$ et $b = 4$.

b. $E = 9x^2 - 24x + 16$.

3. a. On utilise l'identité remarquable de type ① pour $a = 5x$ et $b = 1$.

b. $F = 25x^2 + 10x + 1$.

4. a. On utilise l'identité remarquable de type ③ pour $a = 2x$ et $b = 7$.

b. $G = 4x^2 - 49$.

62 Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables.

$$E = (x + 9)^2 ; F = (x - 9)^2 ; G = (x + 9)(x - 9) ;$$

$$H = (4x - 1)^2 ; I = (4x + 1)^2 ; J = (4x - 1)(4x + 1) .$$

62 $E = x^2 + 18x + 81 ; F = x^2 - 18x + 81 ;$

$$G = x^2 - 81 ; H = 16x^2 - 8x + 1 ;$$

$$I = 16x^2 + 8x + 1 ; J = 16x^2 - 1 .$$

- 66** $A = 15x - (x + 7)^2$;
 $B = x(x - 1) - (x - 2)^2$;
 $C = (2 + x)(2 - x) + (x + 1)^2$.
- 66** $A = 15x - (x^2 + 14x + 49) = -x^2 + x - 49$;
 $B = x^2 - x - (x^2 - 4x + 4) = 3x - 4$;
 $C = 4 - x^2 + x^2 + 2x + 1 = 2x + 5$.
- 68** $G = (x - 3)(x + 3) - (x + 4)(x - 4)$;
 $H = (1 - 2x)(1 + 2x) + 4(x - 1)(x + 2)$;
 $I = (3x + 5)^2 + (5x - 3)^2$.
- 68** $G = x^2 - 9 - (x^2 - 16) = 7$;
 $H = 1 - 4x^2 + 4(x^2 + x - 2) = 4x - 7$;
 $I = 9x^2 + 30x + 25 + 25x^2 - 30x + 9$
 $= 34x^2 + 34$.
- 69** $M = (x + y)^2 - (x - y)^2$;
 $N = (x + y)^2 + (x - y)^2 - 2(x + y)(x - y)$.
- 69** $M = x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2) = 4xy$;
 $N = x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 - 2(x^2 - y^2)$
 $= 4y^2$.

- 70** Développer et réduire :
 $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2$.
- Sans utiliser la calculatrice et sans poser d'opérations, en déduire le résultat de $201^2 - 199^2$.
- 70** $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 8x$.
 Établir ensuite le lien en posant $x = 100$, d'où :
 $201^2 - 199^2 = (2 \times 100 + 1)^2 - (2 \times 100 - 1)^2$
 $= 8 \times 100$
 $= 800$.

Autre solution avec la 3^{ème} identité :

$$(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 \equiv a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$$

$$[(2x + 1) + (2x - 1)] \times [(2x + 1) - (2x - 1)]$$

$$= 4x \times 2 = 8x$$

- 49** En développant $(3x + 5)^2$, on obtient :
a. $9x^2 + 25$; **b.** $9x^2 + 30x + 25$; **c.** $6x + 10$; **d.** $9x^2 + 15x + 25$.
- 50** En développant $(2x - 7)^2$, on obtient :
a. $4x^2 - 28x + 49$; **b.** $4x^2 - 14x + 49$; **c.** $4x^2 - 28x - 49$; **d.** $2x^2 - 28x + 49$.
- 51** En développant $(4x + 3)(4x - 3)$, on obtient :
a. $4x^2 - 9$; **b.** $16x^2 + 9$; **c.** $16x^2 - 24x - 9$; **d.** $16x^2 - 9$.